

VŠB – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

Fakulta strojní

Institut dopravy

Analýza optimalizačních přístupů k modelování

Aircraft Landing Problem

Analysis of Optimisation Approaches to Aircraft

Landing Problem Modelling

Student:

Bc. Michaela Wisurová

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Institut dopravy

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Michaela Wisurová**

Studijní program: N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie

Specializace: 40 Letecká doprava

Téma: Analýza optimalizačních přístupů k modelování Aircraft Landing Problem
Analysis of Optimisation Approaches to Aircraft Landing Problem Modelling

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

Cíl práce: Analyzovat vytvořené matematické přístupy k řešení zadaného typu problému, provést jejich komparaci a v případě potřeby navrhnout modifikaci vybraného z nich za účelem zvýšení jeho adaptability v praxi.

Osnova práce:

1. Úvod.
2. Charakteristika zadaného procesu.
3. Detailní rešerše existujících matematických přístupů.
4. Komparace existujících matematických přístupů.
5. Posouzení existujících matematických přístupů z hlediska požadavků praxe.
6. Zhodnocení dosažených výsledků, příp. návrh modifikace vybraného přístupu za účelem zvýšení jeho adaptability v praxi.
7. Závěr.

Seznam doporučené odborné literatury:

Kulčák, L. a kol.: Air Traffic Management. Brno: CERM, 2002, 314 s. ISBN 80-7204-229-7.

Průša, J. a kol.: Svět letecké dopravy. Praha: Galileo Training, 2015, 647 s. ISBN 978-80-260-8309-2.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 08.12.2017

Datum odevzdání: 21.05.2018



doc. Ing. Aleš Slíva, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 21.5.2018

Měurova' Michala

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a 60 – školní dílo.
- беру на ве́доміі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB – TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci, budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́доміі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 21.5.2018

Wisurova' Michaela

podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Michaela Wisurová

Adresa trvalého bydliště autora práce:

Wolkerova 482, 742 45 Fulnek

Poděkování

Ráda bych poděkovala doc. Ing. Dušanu Techmannovi, Ph.D., vedoucímu mé diplomové práce, za cenné rady, které mi poskytl v průběhu vypracování této diplomové práce a zejména ochotu věnovat se mi i ve svém volném čase. Dále bych chtěla poděkovat Ing. Václavovi Vojnovi, vedoucímu oddělení letových provozních služeb Ostrava, za hodnotné informace, rady a zkušenosti a doc. Ing. Vladimíru Smržovi, Ph.D. za konzultace z oblasti letecké dopravy.

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

WISUROVÁ, M. *Analýza optimalizačních přístupů k modelování Aircraft Landing Problem*, Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2018, 93 s. Vedoucí práce: doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Diplomová práce se zabývá optimalizační úlohou typu ALP (Aircraft Landing Problem). Úvodní kapitoly teoretické části této diplomové práce charakterizují problematiku ALP, jsou zmíněny studie, přístupy, výzkumy a metody využívané pro řešení této optimalizační úlohy. Následující kapitoly obsahují detailní rešerši vybraných matematických modelů, které jsou nejdříve podrobně popsány a poté porovnány. Praktická část obsahuje návrh lineárního matematického modelu, který kombinuje dva ze tří optimalizačních přístupů a umožňuje tak využít jejich výhod.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

WISUROVÁ, M. *Analysis of Optimisation Approaches to Aircraft Landing Problem Modelling*, Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Mechanical Engineering, Institute of Transport, 2018, 93 pages. Thesis head: doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Master thesis deals with optimisation approaches ALP (Aircraft Landing Problem). The introductory chapters with theoretical parts of this master thesis characterize the issue of ALP. There are mentioned studies, approaches, researches and methods which are used to solve this optimisation approach. The following chapters contain a detailed search of selected mathematical models with detailed description and comparison. The practical part contains proposal of a linear mathematical model. The proposal of a linear mathematical model combines two of the three optimisation approaches and it can be used their benefits.

OBSAH

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK	11
SEZNAM MATEMATICKÝCH SYMBOLŮ	12
Úvod.....	15
1 Aircraft Landing Problem a negativní důsledky jeho neřešení pro jednotlivé účastníky letového provozu.....	16
1.1 Definice ALP	16
1.2 Negativní důsledky neřešení ALP	16
1.3 Souvislost mezi ALP a kapacitou RWY	17
1.4 Souvislost mezi neřešením ALP a ekonomikou letišť	19
1.5 Souvislost mezi neřešením ALP a ekonomikou služeb ATC	19
1.6 Souvislost mezi neřešením ALP a problémy cestujících.....	20
1.7 Souvislost mezi neřešením ALP a ekonomikou leteckých dopravců	20
1.8 Shrnutí.....	21
2 Provozní aspekty úlohy ALP	23
2.1 Provozní faktory dodržované při řešení ALP	23
2.1.1 Bezpečnost letového provozu a ALP	23
2.2 Řešení ALP v rozšířené TMA	25
3 Rešerše vybraných existujících matematických přístupů	27
3.1 Optimalizační přístup č. 1	29
3.2 Optimalizační přístup č. 2	35
3.2.1 Lineární model SEQ	35
3.2.2 Lineární model SP	38
3.3 Optimalizační přístup č. 3	39
4 Validace vybraných optimalizačních přístupů v optimalizačním software Xpress-IVE	49
4.1 Optimalizační software Xpress-IVE	49
4.2 Ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 1	50

4.2.1	Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 1	50
4.2.2	Text programu pro optimalizační přístup č. 1 s jednou RWY	51
4.2.3	Výpis výsledků výpočetního experimentu	52
4.2.4	Grafická interpretace dosažených výsledků – experiment s jednou RWY	57
4.2.5	Grafická interpretace dosažených výsledků – experiment se dvěma RWY	58
4.3	Ověření optimalizačního přístupu č. 2	59
4.3.1	Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 2	59
4.3.2	Text programu pro model SEQ (pořadí 1)	60
4.3.3	Výpis výsledků výpočetního experimentu s modelem SEQ (pořadí 1) ..	61
4.3.4	Shrnutí výsledků dosažených modelem SEQ	62
4.3.5	Text programu pro model SP	63
4.3.6	Výpis výsledků výpočetního experimentu s modelem SP	63
4.4	Ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 3	65
4.4.1	Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 3	66
4.4.2	Text programu s první lineární kritériální funkcí	66
4.4.3	Výpis výsledků výpočetního experimentu	68
4.4.4	Grafická interpretace dosažených výsledků	69
5	Komparace existujících matematických přístupů	71
5.1	Optimalizační přístup č. 1	71
5.2	Optimalizační přístup č. 2	72
5.3	Optimalizační přístup č. 3	72
5.4	Shrnutí analyzovaných optimalizačních přístupů	74
6	Návrh nového optimalizačního přístupu a jeho ověření funkčnosti	76
6.1	Návrh kombinovaného matematického modelu	76

6.2	Ověření validity navrženého optimalizačního modelu v software Xpress-IVE	79
6.2.1	Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti navrženého modelu	79
6.2.2	Text programu pro navržený optimalizační přístup	80
6.2.3	Výpis výsledků výpočetního experimentu s navrženým modelem	82
6.2.4	Grafická interpretace dosažených výsledků navrženého modelu.....	83
7	Zhodnocení dosažených výsledků.....	85
7.1	Shrnutí.....	85
7.2	Možná interpretace penále z pohledu reálného provozu	85
8	Závěr	87
	Seznam obrázků	88
	Seznam tabulek	90
	Seznam použité literatury	91
	Seznam příloh.....	93

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

ALP	Optimalizační úloha	Aircraft Landing Problem
ATC	Řízení letového provozu	Air Traffic Control
FCFS	Algoritmus určující letadlu čas přistání	First Come-First Served
FPL	Letový plán	Flight Plan
IBS	Integrovaný briefingový systém	
IFR	Let podle přístrojů	Instrument Flight Rules
MTOW	Maximální vzletová hmotnost	Maximum takeoff weight
NM	Námořní míle	Nautical mile
ROTA	Ukazatel kapacity RWY	Runway Occupancy Time on Arrival
RWY	Vzletová a přistávací dráha	Runway
SHO	Systém hromadné obsluhy	
TMA	Koncová řízená oblast	Terminal Manoeuvring Area

SEZNAM MATEMATICKÝCH SYMBOLŮ

A	matice preferencí, její prvky nabývají hodnot 0 a 1. Když letadlo $i \in P$ musí přistát před letadlem $j \in P$, potom $a_{ij} = 1$, v opačném případě $a_{ij} = 0$
E_i	nejdříve možný čas přistání letadla $i \in P$, dle technických a provozních omezení
F_{i-}	průměrné náklady na spotřebu paliva za každou časovou jednotku, o kterou se uspíší čas přistání letadla $i \in P$ vztahmo k T_i
F_{i+}	průměrné náklady na spotřebu paliva za minutu za každou časovou jednotku letadla, o kterou se zpozdí čas přistání letadla $i \in P$ vztahmo k T_i
g_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou přistane letadlo $i \in P$ dříve, než je požadovaný čas přistání T_i
G_i	nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku dřívějšího času přistání od času přistání podle FPL
h_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou přistane letadlo $i \in P$ později, než je požadovaný čas přistání T_i
H_i	nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku pozdějšího času přistání od času přistání podle FPL
K	kapacita RWY
L_i	nejpozději přípustný čas přistání letadla $i \in P$
P	množina letadel
P_s	množina letadel spadajících do pořadí $s \in S$
R	množina přistávacích drah
r	počet přistávacích drah
S	množina všech přípustných pořadí přistávajících letadel

s_{ij}	minimální časový rozstup mezi letadlem $i \in P$ a letadlem $j \in P$ pokud letadlo $i \in P$ přistane před letadlem $j \in P$
T	časová jednotka (jeden den např. vyjádřený v minutách)
T_i	požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL
t_i	časový rozstup mezi jednotlivými vzlety a přistáními vyjádřený ve stejných časových jednotkách jako T
TS_i	maximální časová odchylka tohoto letadla od/do τ_i pro letadlo $i \in P$ v přistávací sekvenci
U_s	množina pořadí jednotlivých dvojic letadel zařazených v množině P_s
V_i	nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku dřívějšího času přistání od času přistání podle FPL
W_i	nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku pozdějšího času přistání od času přistání podle FPL
x_i	výpočtem navrhovaný přistání letadla $i \in P$
y_{jr}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadlo $j \in P$ přistane na RWY $r \in R$ a 0 v opačném případě
z_{ij}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadla $i \in P$ a $j \in P, j \neq i$ přistanou na stejné RWY a 0 v opačném případě
z_s	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když bylo vybráno pořadí přistávajících letadel $s \in S$ a 0 v opačném případě
α_i	čas, resp. počet časových jednotek, o které přistane letadlo $i \in P$ před plánovaným časem přistání T_i
a_{is}	prvek incidenční matice A udávající vzájemný vztah mezi přípustným pořadím $s \in S$ letadlem $i \in P$
β_i	čas, resp. počet časových jednotek, o které přistane letadlo $i \in P$ po plánovaném času přistání T_i

σ_{ij}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadlo $i \in P$ přistane dříve než letadlo $j \in P$; $j \neq i$ a 0 v opačném případě
τ_i	předpokládaný čas přistání letadla $i \in P$ predikovaný na základě informace o vstupu letadla $i \in P$ do vzdušného prostoru letištního radaru
γ_i	maximální povolené uspořádání času přistání letadla $i \in P$, za které se neplatí penále (dolní hranice slotu je $T_i - \gamma_i$)
δ_i	maximální povolené zpoždění času přistání letadla $i \in P$, za které se neplatí penále (horní hranice slotu je $T_i + \delta_i$)

Úvod

Diplomová práce je zaměřena na problematiku úlohy označované v anglicky psané literatuře jako Aircraft Landing Problem (dále jen „ALP“). Pod tímto typem úlohy si lze představit optimalizační úlohu, ve které se rozhoduje o přistávacích časech letadel, z nichž následně vyplýne také jejich pořadí při přistání. Tento problém je řešen zpravidla na letištích, na kterých dochází k problémům v kapacitě vzletových a přistávacích drah.

Vzhledem k rostoucí hustotě letového provozu nabývá toto téma své aktuálnosti, o čemž svědčí i fakt, že se předmětné téma řeší i na úrovni organizace EUROCONTROL. Právě jeden z optimalizačních přístupů uvedený v této diplomové práci je totiž výstupem z výzkumných aktivit zaštiťovaných organizací EUROCONTROL.

Tomuto tématu byla věnována celá řada výzkumných prací, článků v odborných časopisech, disertačních prací apod. Ovšem z hlediska publikací na území České a Slovenské republiky nebylo dosud o této problematice zatím v podstatě nic publikováno. Veškeré zdroje problematiky ALP jsou v anglickém jazyce. Takové téma není pravděpodobně řešeno ani v rámci stanovišť ATC, a proto byla vytvořena předložená diplomová práce, která si klade za cíl částečně vyplnit mezeru v dostupných literárních zdrojích, představit tento problém a případně zařadit uvedenou problematiku i do výuky oborů letecké dopravy.

Vzhledem k tomu, že existuje celá řada literárních publikací vztahujících se k optimalizačnímu přístupu typu ALP, je zřejmé, že předložená práce nemůže obsahovat popis všech existujících přístupů. Je snahou do budoucna, aby na Institutu dopravy VŠB-TU bylo pokračováno v analýze této problematiky a sledování nejnovějších trendů v této oblasti.

Cílem práce je analyzovat vybrané a v minulosti vytvořené matematické přístupy k řešení ALP, provést jejich komparaci a v případě potřeby navrhnout modifikaci vybraného z nich za účelem zvýšení jeho adaptability v praxi.

1 Aircraft Landing Problem a negativní důsledky jeho neřešení pro jednotlivé účastníky letového provozu

1.1 Definice ALP

Aircraft Landing Problem je optimalizační úloha, ve které se na základě vybraných typů letových dat rozhoduje o přistávacích časech letadel. Tento problém se vyskytuje zejména na letištích s vysokou hustotou letového provozu.

Protože se jedná o optimalizační úlohu, musí být definována také optimalizační kritéria, která umožní dosáhnout optimálního řešení.

V různých přístupech mohou být používána různá optimalizační kritéria, proto je běžné, že při změně optimalizačního kritéria může být nalezené optimální řešení odlišné od optimálního řešení nalezeného v případě předchozího optimalizačního kritéria. To se však stává zpravidla v situacích, kdy změna optimalizačního kritéria sleduje jiný zájem řešitele či zadavatele. Běžně se však také stává, že některá optimalizační kritéria mohou být vzájemně zastupitelná, tzn., že při použití různých kritérií bude dosažena stejného efektu z pohledu zadavatele či řešitele. ALP není v tomto směru výjimkou, jak bude ukázáno dále při analýze vybraných přístupů.

1.2 Negativní důsledky neřešení ALP

Negativní důsledky neřešení ALP jsou však dalekosáhlejší, než by se na první pohled mohlo zdát. Mohou se totiž projevit tím, že bude dosahováno:

- nižší kapacity letišť, např. RWY, a tím i ke snížení konkurenceschopnosti daného letiště,
- nižších výnosů letišť a poskytovatelů služeb ATC,
- vyšších nákladů leteckých dopravců.

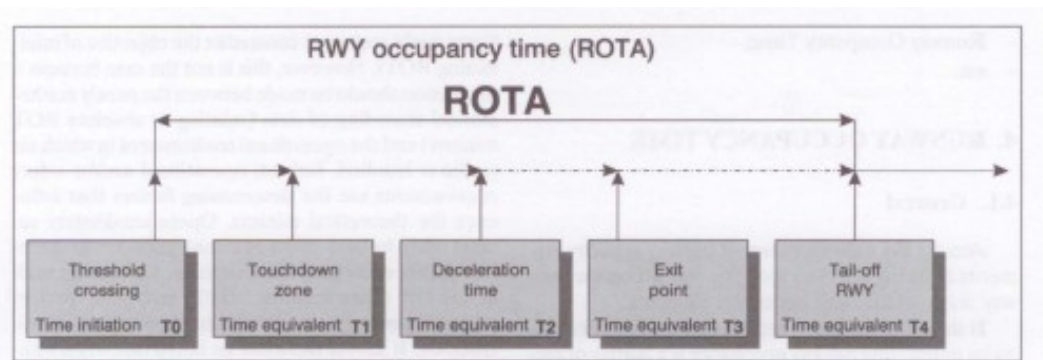
1.3 Souvislost mezi ALP a kapacitou RWY

Na plynulost letového provozu na silně zatížených letištích má zásadní vliv kapacita RWY, která je udávána počtem přistávajících a odlétajících letadel za hodinu. [2] Pro výpočet kapacity RWY platí:

$$K = \frac{T}{t_i} [\text{počet/den}]$$

přičemž K reprezentuje kapacitu RWY, T je časová jednotka (jeden den např. vyjádřený v minutách) a t_i je časový rozstup mezi jednotlivými vzlety a přistáními vyjádřený ve stejných časových jednotkách jako T . [11]

Kromě absolutního počtu přistávajících a odlétajících letadel je možno využívat také jiné ukazatele, např. ukazatel ROTA (Runway Occupancy Time on Arrival). ROTA je definována jako časový interval mezi překročením prahu RWY a okamžikem ztráty kontaktu letadla s RWY. Dílčí časy sloužící k výpočtu hodnoty ukazatele ROTA jsou uvedeny na obrázku 1.



Obrázek 1: Dílčí časy sloužící k výpočtu hodnoty ukazatele ROTA [9]

Klíčovými faktory, které ovlivňují hodnotu ukazatele ROTA, jsou především dostatečný briefing pilotů a technika přistání. Piloti by si měli být jisti, že provedli dostatečnou předletovou přípravu před odletem – je zejména důležité zaměřit se na nejbližší vhodný exit (odbočku) z RWY a tím ji co nejrychleji opustit, během přistání by mělo být provedeno odpovídající zpomalení letadla, aby došlo k včasnému opuštění RWY a nevzniklo obsazení RWY delší, než je nezbytně nutné, cílem by mělo být dosažení standardního přistání s progresivním plynulým zpomalením a opuštění RWY s bezpečnou rychlostí. [9]

Z faktorů ovlivňujících kapacitu RWY dále literatura [3] uvádí následující tři:

- způsob určování přistání a odletů jednotlivých letadel,
- umožnění vyčkávání přistávajících letadel ve vzdušném prostoru nad letištěm,
- počet tzv. rychloodboček.

Způsob určování přistání a odletů jednotlivých letadel

Při organizaci přistání a odletů mohou být uplatňovány dva způsoby:

- vzájemné střídání příletů a odletů,
- organizace příletů a odletů ve vlnách (k čemuž se vztahuje také problematika ALP).

Způsob vzájemného střídání příletů a odletů se používá např. na letišti London – Gatwick, organizace příletů a odletů ve vlnách je používána např. na letišti Praha. Literatura [3] uvádí, že způsob vzájemného střídání příletů a odletů je efektivnější, jelikož časové rozstupy mezi přistávajícím a odlétajícím letadlem jsou kratší a to z toho důvodu, že letadla se navzájem na příletové či odletové trati neovlivňují. Jestliže přistávající letadlo opustí RWY, může startující letadlo zahájit vzlet. Jestliže vzlétající letadlo ztratí kontakt s RWY, může další přistávající letadlo minout práh RWY.

Kapacitu RWY však mohou ovlivnit ještě další omezení, např. délka RWY.

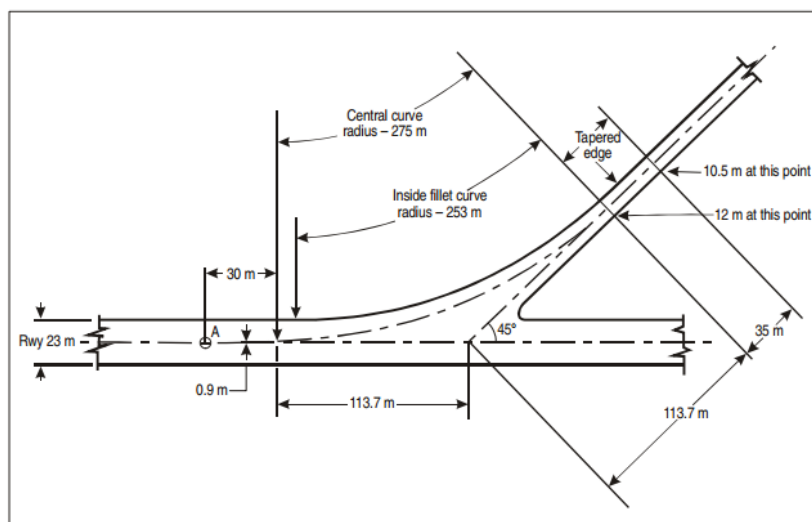
Umožnění vyčkávání přistávajících letadel ve vzdušném prostoru nad letištěm

Vyčkávání přistávajících letadel se provádí zejména z důvodu dodržení předepsaných rozstupů přistávajících letadel, které jsou podle leteckých předpisů stanoveny na 3 NM. Dále je tento způsob používán v případě, že RWY neumožňuje provést přistání letadla (je obsazena jiným letadlem).

Počet rychloodboček

Rychloodbočky neboli pojezdové dráhy pro rychlé odbočení, viz obrázek 2, slouží pro rychlé odbočení letadel během přistání a jsou stavebně přímo napojeny na RWY převážně pod úhlem 45 °. Rychloodbočky umožňují letadlu po jeho přistání opustit co nejdříve RWY. Na větších letištích bývají vybudovány v rozstupu zpravidla 400 až 500 m za sebou. Posádka si poté může vybrat správnou rychloodbočku odpovídající optimálnímu průběhu brzdění, tedy brzdění, u kterého nedochází ke zbytečnému

opotřebovávání brzd a vysokému zahřívání podvozkových kol. Obecně platí, že vyšší počet rychloodboček pozitivně ovlivňuje kapacitu RWY.



Obrázek 2: Grafické znázornění rychloodbočky [10]

1.4 Souvislost mezi neřešením ALP a ekonomikou letišť

Mezi výnosy letišť získanými od leteckých dopravců se řadí:

- přistávací poplatky,
- parkovací poplatky letadel,
- poplatky za hangárování letadel,
- letištní taxy,
- poplatky za odbavení letadel, cestujících a zboží (zajišťuje-li je svými zaměstnanci letiště),
- hlukové poplatky.

Není-li plně využita kapacita RWY, projeví se toto nevyužití také ve výnosové stránce hospodaření letiště a to tím, že výnosy z využívání letiště jsou nižší, než je tomu v případě plného využití kapacity RWY.

1.5 Souvislost mezi neřešením ALP a ekonomikou služeb ATC

S neřešením ALP a z něho plynoucím plným nevyužíváním kapacity RWY také souvisí dopady na výnosy provozovatelů ATC. Služba ATC účtuje leteckým dopravcům poplatky za navigační a přibližovací služby. V případě, že ALP není na daném letišti zohledňováno, může docházet k neefektivnímu využívání RWY, zpoždění letů apod. Důsledkem toho může nastat situace, že letecký dopravce v budoucím období odmítne

přistávat na tomto letišti. V tomto případě zde bude docházet k poklesu výnosů provozovatele služeb ATC.

1.6 Souvislost mezi neřešením ALP a problémy cestujících

V důsledku vzniku zpoždění způsobených neřešením ALP narůstá počet tzv. transferových cestujících, kteří nebudou mít možnost přestoupit na plánovaný navazující let. Následkem toho vzniká nespokojenost cestujících, kteří musí čekat na další navazující let do své cílové destinace. [2]

1.7 Souvislost mezi neřešením ALP a ekonomikou leteckých dopravců

Není-li věnována dostatečná pozornost řešení problému ALP, nemá neřešení tohoto vliv pouze na kapacitu RWY a z toho plynoucí ekonomiku letišť a poskytovatelů služeb ATC, ale také i na ekonomiku leteckých dopravců.

Každé letadlo má z pohledu nákladů optimální rychlost označovanou jako cestovní rychlost, která je při plánování a vlastní realizaci letu preferována. [6]

Požadovaný (předpokládaný) čas přistání letadla je čas (Target Time), který je dodržen v případě, že letadlo letí cestovní rychlostí. Dojde-li ke vzniku shluku přistávajících letadel nad letištěm přistání a tím i krátkodobému překročení kapacity RWY, pak pravděpodobně u některého z přistávajících letadel dojde k nedodržení požadovaného času přistání.

První negativum vzniká v případech, ve kterých služba ATC požaduje, aby letadlo snížilo, zvýšilo či udržovalo rychlost, a pilot má možnost žádosti služby ATC vyhovět. Změna optimální rychlosti přinese zvýšení nákladů na realizaci letu.

Důsledkem neřešení problému ALP a z toho plynoucího vzniku shluku letadel ve vzdušném prostoru nad letištěm a jejich vyčkávání vznikají dále nadbytečné náklady na pobyt letadla ve vzdušném prostoru (navíc se jedná o let v neefektivních výškách/hladinách).

Vlivem vzniku zpoždění přistání v důsledku neřešení ALP dochází také k negativnímu ovlivnění práce posádek a ve sníženém využití obsazenosti letadel. Např. v případě posádek se jedná o nedodržení předepsaného odpočinku, což má za následek nutnost zaměstnávat personál navíc. Sníženým využitím obsazenosti letadel se rozumí případ,

kdy cestující, kteří přestupují na navazující let, neobsadí plnou kapacitu letadla z toho důvodu, že nestihli přestoupit na tento let z důvodu zpoždění předchozího letadla.

Letečtí dopravci jsou také povinni kompenzovat transferovým cestujícím, kteří nestačili včas přestoupit na navazující lety, ztráty za vzniklé zpoždění či nenastoupení na navazující let v podobě:

- **finančního odškodnění** – přílet do cílové destinace se zpožděním 3 hod. a více,
- **občerstvení** – zpoždění odletu letadla o 2 – 4 hod.,
- **nárok na ubytování včetně dopravy z letiště** – let opožděn do druhého dne.

Je však třeba připomenout, že ne u všech letů je však možné kompenzaci požadovat. K vymáhání kompenzace je potřeba, aby let začínal na letišti na území členského státu, nebo končil na letišti na území členského státu a zároveň musí být let operován evropskou leteckou společností. [5]

Další náklady mohou leteckým dopravcům vznikat v souvislosti s nutností přeplánováním letů, proplácením přesčasové práce posádkám apod.

1.8 Shrnutí

Na základě výše uvedených důvodů je zřejmé, že neřešení problematiky ALP na provozně silně zatížených letištích může mít dalekosáhlé negativní důsledky především v ekonomické rovině pro provozovatele letišť, letecké dopravce i provozovatele služeb ATC.

Negativní důsledky pro provozovatele letišť a provozovatele služeb ATC se projevují ve snížení výnosů z jejich podnikatelské činnosti.

Negativní důsledky u leteckých dopravců se projeví zejména v jejich zvýšených nákladech. Zvýšené náklady plynoucí z negativních vlivů je nutno následně určitým způsobem kompenzovat, letečtí dopravci tak mohou zvolit např. cestu zvýšení cen letenek nebo snížení rozsahu poskytovaných služeb (je-li to možné). Každým takovým dodatečným opatřením se narušuje cenová rovnováha na trhu a v konečném důsledku může dojít i ke snížení cenové konkurenceschopnosti letecké dopravy jako takové. Dalším opatřením ze strany leteckých dopravců může být, že přestanou na dané letiště létat, a zvolí-li tento typ opatření větší počet dopravců, může následně dojít i k dalším

podstatným výpadkům ve výnosech letišť. To může mít za následek nižší využívání vybudované infrastruktury a technického zázemí pro odbavení letadel včetně důsledků v personální oblasti.

2 Provozní aspekty úlohy ALP

Hlavní náplní úlohy označované jako ALP je určení časů přistání a z toho vyplývající pořadí přistávajících letadel. Používá-li letiště k přistávání letadel více RWY, potom musí být v rámci řešení ALP také rozhodnutí o přidělení RWY.

2.1 Provozní faktory dodržované při řešení ALP

2.1.1 Bezpečnost letového provozu a ALP

Během letového provozu v okolí letiště musí být zajištěna bezpečnost a plynulost provozu letadel (nedodržování plynulosti snižuje efektivitu provozu).

Dodržování bezpečnosti ve vzdušném prostoru se děje prostřednictvím standardních vertikálních a horizontálních rozstupů mezi letadly, což jsou hlavní nástroje pro dodržování bezpečnosti v rámci služeb poskytovaných ATC.

V podmínkách ALP k tomu přistupuje nutnost zachovat minimální časové rozstupy mezi přistávajícími letadly (Wake Vortex). Minimální požadovaný časový rozstup při přistání na RWY určuje minimální přípustný časový interval mezi přistávajícími letadly.

Hlavním příčinou vzniku nutnosti zachovat minimální časové rozstupy při přistávání je tzv. turbulence v úplavu, která vzniká za každým letícím letadlem. Vzdušné víry generované přistávajícím letadlem (tzv. turbulence v úplavu) jsou důsledkem působícího vztlaku. Turbulence v úplavu je způsobena cirkulací vzduchu okolo konců křídel letícího (a tedy i přistávajícího) letadla. Turbulence v úplavu při vzniká v časovém okamžiku, kdy přední podvozek letadla ztrácí během vzletu kontakt s RWY a zaniká v časovém okamžiku, kdy dojde ke kontaktu předního podvozku s RWY v průběhu přistání.

Velikost a průběh turbulence v úplavu závisí na typu letadla, přičemž v obecné rovině platí, že s rostoucí velikostí letadla se zvyšuje velikost a průběh turbulence v úplavu. Aby bylo možno provést určitou kategorizaci nezbytných časových rozstupů mezi přistávajícími letadly, bylo rozhodnuto, že minimální interval se bude odvíjet od velikosti letadla reprezentované maximální vzletovou hmotností MTOW.

Podle leteckého předpisu L4444, Hlava IV. jsou pro potřeby stanovení minimálních časových rozstupů mezi přistávajícími letadly letadla rozdělena do tří hmotnostních kategorií:

- lehká letadla (do 7 000 kg MTOW),
- střední letadla (7 000 – 136 000 kg MTOW),
- těžká letadla (nad 136 000 kg MTOW).

Pro každou kombinaci skupin letadel jsou následně stanoveny tzv. rozstupy.

Přistávající střední letadlo za těžkým musí dodržet časový rozstup 2 minuty, přistávající lehké letadlo za těžkým nebo středním 3 minuty. Odlétávající lehká a střední letadla za těžkými 2 minuty. Tyto časové rozstupy vycházející z leteckého předpisu L4444 Hlava V. byly stanoveny na základě dlouhodobého pozorování.

Kromě MTOW ovlivňují velikost a průběh turbulence v úplavu také povětrnostní podmínky. Jestliže převládá boční vítr, tento jev je výhodný, jelikož turbulence v úplavu se díky právě bočnímu větru ve směru vzletu/přistání rychleji ztrácí tím, že se přesouvá ve směru větru. Z toho vyplývá, že bezvětří vytváří z hlediska turbulence v úplavu jednu z nejnebezpečnějších situací a tedy právě při bezvětří klade turbulence v úplavu největší nároky na rozstupy a tedy v konečném důsledku i na kapacitu RWY.

Z tohoto důvodu musí být vždy nezávisle na typu zvoleného optimalizačního přístupu, akceptovány minimální rozstupy mezi přistávajícími letadly.

Dále musí být v maximální možné míře akceptovány přidělené sloty ze strany služeb ATC a letiště.

Společnými zájmy služby ATC z hlediska ALP jsou:

- maximálně využívat kapacitu RWY (s tím souvisí požadavek na dodržování minimálních časových rozstupů mezi přistávajícími letadly),
- vytvořit rovnováhu mezi požadavky na přílety a odlety letadel,
- maximálně dodržovat schválené letové plány,
- dodržovat plánované časy přiblížení letadla na přistání,
- minimalizovat pracovní zátěž řídicího letového provozu,
- zajišťovat co nejvyšší spravedlnost při povolování přistání letadel,
- dodržovat plánované časy pojíždění letadel,

- minimalizovat zpoždění přistávajících a odlétajících letadel.

Pro letecké dopravce jsou společnými cíli:

- minimalizovat provozní náklady, tím, že se využije pouze nezbytná doba chodu motorů před vzletem,
- maximálně dodržovat schválené letové řády, čímž budou eliminovány potenciální zvýšené náklady na provoz vyplývající z tohoto nedodržování (netýká se provozních nákladů uvedených v předchozím odstavci).

2.1.2 Letový plán a ALP

U každého IFR (Instrument Flight Rules) letu, tedy letu prováděnému za pomoci přístrojů, je potřeba informace o čase přistání uvést do tzv. Flight Planu (dále jen „FPL“), jehož příprava a způsob vyplňování se v podmínkách ČR řídí zásadami uvedenými v předpisu L444, Hlava IV, Dodatek 2.

Maximální doba předložení letového plánu je 5 dnů, tj. 120 hodin. Řídící letového provozu poté na základě omezení kapacity sektoru přidělí konkrétnímu letadlu slot, tedy čas přistání. Přidělení slotu je opatření, které by mělo preventivně minimalizovat, že rozsah provozu v řízených sektorech nepřesáhne kapacitu sektoru. Tyto časové sloty jsou rozlišné pro každý let.

Přistávací čas určený na základě řešení ALP se musí nacházet v předem definovaném časovém slotu ohraničeném nejdříve možným a nejpozději přípustným časem přistání. Nejdříve přípustný čas představuje čas přistání letadla letící jeho maximální vzdušnou rychlostí. Nejpozději přípustný čas je čas přistání letadla, které letí efektivní rychlostí a poté vyčkává ve vyčkávacím obrazci nad letištěm.

2.2 Řešení ALP v rozšířené TMA

Většina výzkumů v oblasti ALP se soustředí na určování pořadí letadel v prostoru TMA (Terminal Manoeuvring Area). Nicméně určování pořadí letadel vzdáleněji od letiště (rozšířené TMA) může přinést lepší výsledky. Řešení ALP v rozšířených TMA lze rozdělit na tři časová údobí.

První údobí je označováno Sequencing Stage. Začíná vstupem letadla do letištního přistávacího plánovaného radarového dosahu 40 minut před přistáním.

Druhé údobí je označováno jako Modifying Schedule Stage. Začíná 11 minut před přistáním a trvá 8 minut. Během druhého údobí je realizováno konečné přiblížení.

Třetí údobí je označováno jako Freezing Stage. Začíná 3 minuty před přistáním a během něj je realizováno vlastní přistání letadla.

Problém ALP je řešen v prvním údobí, výjimečně ještě v údobí druhém. V průběhu prvního údobí vstupují do rozšířené TMA další letadla, určování časů přistání a plánování jejich pořadí při přistání je tedy aktualizováno. Aktualizace časů přistání letadel a plánování jejich pořadí při přistání se provádí každých pět minut. V druhé etapě se pořadí přistávajících letadel již obvykle mění jen v nezbytných případech. Jedná-li se např. o nouzovou situaci, kdy je potřeba co nejrychleji přistát (zhoršení zdravotního stavu cestujícího, technická závada na letadle). V třetí etapě je letadlo tak blízko k RWY, že již není možno změnit pořadí přistávajícího letadla vzhledem letadlům ostatním. [1]

3 Rešerše vybraných existujících matematických přístupů

Úloha ALP je při využití optimalizačních přístupů formulována jako plánovací problém taktického nebo operativního typu.

Za účelem řešení optimalizační úlohy typu ALP byly vyvinuty jak exaktní, tak i heuristické metody. Exaktní metody umožňují nalézt optimální řešení včetně přiměřených časů pro instance zahrnující až 50 letadel. Je však třeba brát v potaz, že s rostoucí instancí úlohy exponenciálně roste také čas potřebný k nalezení optimálního řešení, což v operativním řízení letecké dopravy může způsobit i nemožnost jejich využití.

Jednoduchý způsob řazení a plánování přistání letadel na jediné přistávací dráze využívá přístup First Come – First Served (FCFS) z roku 2004, jehož autory jsou Capri a Ignaccolo [18]. FCFS je algoritmus, který přiděluje každému letadlu plánovaný čas přistání na základě předem předpokládaného pořadí přistání, podle kterého letadlo může přistát.

Od výskytu publikace společnosti Blumstein v roce 1959 [12], která se týká odhadu kapacity přistávací RWY, došlo k vytvoření řady studií týkajících se optimalizace kapacity letištních drah. Ačkoli literatura za poslední tři desetiletí obsahuje více než šedesát publikací o optimalizaci přistání letadel, většina navržených metod nebyla pravděpodobně dosud implementována do praxe.

Většina výzkumů, vztahujících se k optimalizační úloze typu ALP, zvažuje statické prostředí (off – line) založené na známé množině letadel, která mají přistát v předem definovaném časovém horizontu. Vyskytují se však i přístupy, které by se daly nazvat dynamické, kde jsou řešení upravována na základě aktuálního stavu provozu, konkrétně aktuálních časů příletů letadel a dalších aktualizovaných informací, např. o počasí v okolí letiště. [7]

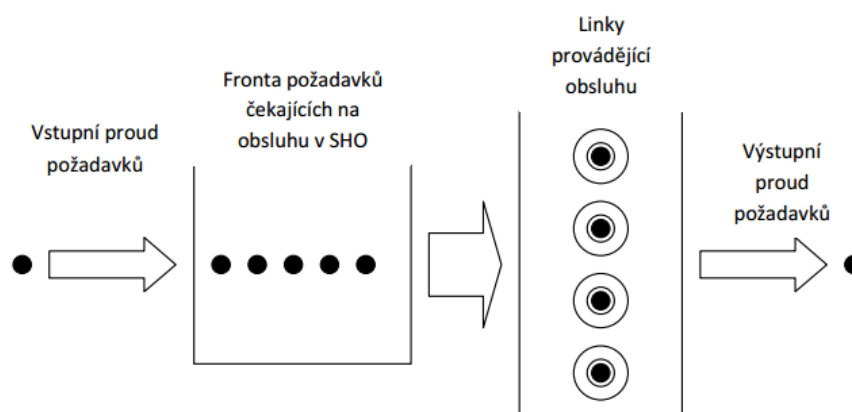
K řešení úlohy typu ALP se nejčastěji používají metody a přístupy z oblasti operačního výzkumu, jako jsou lineární programování, teorie hromadné obsluhy, dynamické programování a metaheuristické přístupy na bázi různých principů.

Lineární programování

Z oblasti lineárního programování jsou nejčastěji využívány modely založené na smíšeném celočíselném programování. Přehled literatury o řešení úlohy typu ALP s využitím lineárního programování je uveden v práci Beasley [20].

Teorie hromadné obsluhy

Za systém hromadné obsluhy (dále jen „SHO“) lze považovat každý systém, k němuž přicházejí požadavky na obsluhu. Schéma SHO je uvedeno na obrázku 3.



Obrázek 3: Systém hromadné obsluhy [4]

Každý SHO lze charakterizovat charakterem vstupního toku zákazníků a obsluhy, počtem obslužných linek a jejich uspořádání, kapacitou fronty a frontovým režimem (pokud SHO tvorbu fronty umožňuje). Tyto údaje je potřeba znát (představují vstupní data), aby bylo možno SHO matematicky modelovat.

Takovým SHO může být např. i RWY. Přistávající letadla mohou být chápána jako požadavky, kteří přicházejí k SHO za účelem obsluhy, frontu čekajících požadavků lze interpretovat jako vzdušný prostor nad letištěm, ve kterém letadla vyčkávají na přistání a obslužné linky lze chápat jako RWY.

Modely SHO jsou popisnými modely, nikoliv však modely optimalizačními. To znamená, že jejich řešením obdržíme informace o chování SHO pro konkrétní provozní situaci z hlediska intenzity vstupu požadavků a kapacity systému. Možnosti optimalizace jsou u těchto popisných modelů omezené.

Použití teorie hromadné obsluhy při řešení úlohy typu ALP lze dohledat v literatuře [22].

Dynamické programování

Dynamické programování vykazuje nejvyšší efektivitu mezi exaktními metodami z důvodu své enumerativní povahy, avšak má omezené možnosti zahrnutí většího počtu provozních omezení, může tedy vygenerovat i nepřipustné řešení.

Použití dynamického programování při řešení úlohy typu ALP lze dohledat v pracích Hu a Paolo [13], [14] a Pinol [19] a Beasley [20].

Metaheuristické přístupy

Jednu z prvních a nejjednodušších aplikací v rámci minimalizace předstihu/zpoždění oblasti ALP zkoumal Stevens [15]. V práci Hansen [16] jsou k řešení úlohy typu ALP využity různé typy genetických algoritmů. Dalším metaheuristickým nástrojem použitým k řešení úlohy typu ALP jsou Ant Colony Optimization (ACO), viz např. práce Randall [17].

3.1 Optimalizační přístup č. 1

Tato podkapitola představuje první z popisovaných přístupů, jehož autorem je Beasley, a který byl publikován v [2].

Je dána množina letadel P (plane). Každé letadlo $i \in P$ má předepsaný přistávací časový interval $\langle E_i, L_i \rangle$, také požadovaný čas přistání T_i ($E_i \leq T_i \leq L_i$), při kterém letadlo přistane s nulovými penále. Pro každý let $i \in P$ jsou definovány hodnoty g_i a h_i označující penále pro letadlo $i \in P$ přistávajícího dříve nebo později mimo požadovaný čas přistání T_i . Dále je definována množina přistávacích drah R . Dále jsou definovány hodnoty s_{ij} reprezentující požadované časové rozstupy mezi přistáními letadla $i \in P$ a $j \in P$ za podmínek, že $i \in P$ přistane dříve než $j \in P$ na stejné RWY. V případě více RWY, je předpokládáno, že časový rozstup mezi dvěma letadly na rozdílných RWY je nulový. Každé letadlo může použít ke svému přistání libovolnou RWY.

Množiny a konstanty vystupující v modelu:

P	množina letadel,
R	množina přistávacích drah,
r	počet přistávacích drah,

E_i	nejdříve možný čas přistání letadla $i \in P$, dle technických a provozních omezení,
L_i	nejpozději přípustný čas přistání letadla $i \in P$,
T_i	požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
g_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou přistane letadlo $i \in P$ dříve, než je požadovaný čas přistání T_i ,
h_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou přistane letadlo $i \in P$ později, než je požadovaný čas přistání T_i ,
s_{ij}	minimální časový rozstup mezi letadlem $i \in P$ a letadlem $j \in P$, pokud letadlo $i \in P$ přistane před letadlem $j \in P$.

Proměnné:

x_i	výpočtem navrhovaný přistání letadla $i \in P$,
α_i	čas, resp. počet časových jednotek, o které přistane letadlo $i \in P$ před plánovaným časem přistání T_i ,
β_i	čas, resp. počet časových jednotek, o které přistane letadlo $i \in P$ po plánovaném času přistání T_i ,
σ_{ij}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadlo $i \in P$ přistane dříve než letadlo $j \in P$; $j \neq i$ a 0 v opačném případě,
z_{ij}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadla $i \in P$ a $j \in P, j \neq i$ přistanou na stejné RWY a 0 v opačném případě,
y_{jr}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadlo $j \in P$ přistane na $RWYr \in R$ a 0 v opačném případě.

Úkolem je navrhnout časy přistání letadel, tj. časy x_i , kde $i \in P$ a RWY $r \in R$, přičemž je požadováno, aby celkové penále bylo minimální. Matematický model má tvar:

$$\min f(\alpha, \beta, x, z, \sigma, y) = \sum_{i \in P} (g_i \alpha_i + h_i \beta_i) \quad (3.1.1)$$

za podmíněk:

$$E_i \leq x_i \leq L_i \quad i \in P \quad (3.1.2)$$

$$\sigma_{ij} + \sigma_{ji} = 1 \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.3)$$

$$\sum_{r=1}^R y_{ir} = 1 \quad i \in P \quad (3.1.4)$$

$$z_{ij} = z_{ji} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.5)$$

$$1 + z_{ij} \geq y_{ir} + y_{jr} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.6)$$

$$x_j \geq x_i + s_{ij}z_{ij} - (L_i + S_{ij} - E_i)\sigma_{ji} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.7)$$

$$\alpha_i \geq T_i - x_i \quad i \in P \quad (3.1.8)$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i \quad i \in P \quad (3.1.9)$$

$$\alpha_i \leq T_i - E_i \quad i \in P \quad (3.1.10)$$

$$\beta_i \leq L_i - T_i \quad i \in P \quad (3.1.11)$$

$$x_i \geq T_i - \alpha_i + \beta_i \quad i \in P \quad (3.1.12)$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.1.13)$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.1.14)$$

$$\beta_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.1.15)$$

$$\sigma_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.16)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.17)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (3.1.18)$$

Funkce (3.1.1) vyjadřující optimalizační kritérium reprezentuje celkové penále za nedodržení plánovaných časů přistání. Skupina omezujících podmínek (3.1.2) zajišťuje, že přistání letadel budou naplánována v rámci daných časových slotů. Skupina omezujících podmínek (3.1.3) zajistí, že každé letadlo $i \in P$ přistane buď před letadlem $j \in P$ nebo nejdříve současně s letadlem $j \in P$. Skupina omezujících podmínek (3.1.4) zajistí, že každému letadlu bude přidělena právě jedna RWY. Skupina omezujících podmínek (3.1.5) zajistí, že inverzní proměnné z_{ij} a z_{ji} nabudou stejných hodnot. Skupina omezujících podmínek (3.1.6) zajistí, že pokud bude letadlům $i \in P$ a $j \in P$ přidělena stejná RWY, potom $z_{ij} = 1$, což aktivuje příslušnou podmínku ve skupině (3.1.7). Všechny aktivované podmínky ve skupině omezujících podmínek (3.1.7) zajistí dodržení předepsaných časových rozstupů pro letadla, kterým byla přidělena stejná přistávací RWY. Další komentář ke skupině omezujících podmínek bude uveden dále v textu. Skupiny omezujících podmínek (3.1.8) – (3.1.9) umožňují kvantifikovat časové rozdíly mezi výpočtem navrhovanými časy přistání a plánovanými časy přistání dle FPL

(při jehož dodržení nevznikají penále). Skupiny omezujících podmínek (3.1.10) a (3.1.11) zajistí, že vypočítané odchylky nepřekročí jejich maximální přípustné hodnoty (maximální povolená odchylka od plánovaného času přistání podle letového plánu T_i umožňující přistání dříve je $T_i - E_i$, maximální povolená odchylka od plánovaného času přistání podle letového plánu T_i umožňující přistání později je $L_i - T_i$).

Doplňkový komentář k omezujícím podmínkám typu (3.1.7)

Skupina omezujících podmínek má zajistit, že přistane-li letadlo $i \in P$ před letadlem $j \in P$ na stejné RWY, potom bude zachován minimální požadovaný rozstup s_{ij} . Je možno uvažovat se čtyřmi případy:

- a) pokud $z_{ij} = 0$ a $\sigma_{ji} = 1$, znamená to, že letadla $i \in P$ a $j \in P$ přistanou na jiných RWY a letadlo $j \in P$ přistane dříve, než letadlo $i \in P$, pak bude příslušná podmínka ze skupiny (3.1.7) ve tvaru:

$$x_j \geq x_i - (L_i + s_{ij} - E_j)$$

nadbytečná, o čemž se lze lehce přesvědčit. Podmínku vhodně přepsat do tvaru.

$$x_j \geq x_i - L_i - s_{ij} + E_j$$

nebo ještě lépe do tvaru (upravená podmínka):

$$x_j - E_j \geq x_i - L_i - s_{ij}$$

Z podmínky (3.1.2) vyplývá, že $x_i \leq L_i$, neboli $x_i - L_i \leq 0$. Protože pro s_{ij} určitě platí, že $s_{ij} > 0$, potom pro pravou stranu upravené podmínky určitě platí, že

$$x_i - L_i - s_{ij} < 0$$

tedy v případě, že $z_{ij} = 0$ a $\sigma_{ji} = 1$, je pravá strana upravené podmínky záporná. Sledujme, jakých hodnot nabývá v upravené podmínce levá strana. Z podmínky (3.1.2) dále plyne, že $E_i \leq x_i$, tzn., že $x_i - E_i \geq 0$. Tedy v případě, že $z_{ij} = 0$ a $\sigma_{ji} = 1$ není levá strana upravené podmínky záporná. Na levé straně upravené podmínky je tedy nezáporné číslo, na pravé straně upravené podmínky je záporné číslo. Podmínka je tedy pro danou kombinaci přistávajících letadel $i \in P$ a $j \in P$, kdy letadlo $j \in P$ přistává před letadlem $i \in P$, splněna,

- b) pokud $z_{ij} = 0$, $\sigma_{ji} = 0$, znamená to, že letadlo $j \in P$ přistane nejdříve ve stejném časovém okamžiku, než letadlo $i \in P$ ovšem na jiné RWY, pak příslušná podmínka ze skupiny (3.1.7) přejde do tvaru:

$$x_j \geq x_i$$

je zřejmé, že když letadlo $j \in P$ přistane nejdříve ve stejném časovém okamžiku, než letadlo $i \in P$ a tedy $x_j \geq x_i$, což odpovídá danému tvaru podmínky, která musí být nutně splněna,

- c) pokud $z_{ij} = 1$ a $\sigma_{ji} = 1$, potom letadlo $j \in P$ přistane dříve, než letadlo $i \in P$ na stejné RWY a příslušná podmínka ze skupiny (3.1.7) přejde do tvaru:

$$x_j \geq x_i + s_{ij} - (L_i + s_{ij} - E_j)$$

Podmínku v tomto tvaru je možno opět upravit postupem jako v případě situace a). Lze tedy psát:

$$x_j \geq x_i + s_{ij} - L_i - s_{ij} + E_j$$

odkud

$$x_j \geq x_i - L_i + E_j$$

a tedy vznikne upravená podmínka ve tvaru

$$x_j - E_j \geq x_i - L_i$$

Protože, jak již bylo uvedeno v případě situace a), platí, že $x_i - L_i \leq 0$, tzn., že nejvyšší hodnota na pravé straně je 0 a $x_j - E_j \geq 0$, tzn., že nejnižší hodnota na levé straně je také 0, nemůže nastat situace, že by podmínka nebyla splněna (v nejnepříznivější výpočetní situaci nastává nerovnost $0 \geq 0$),

- d) pokud $z_{ij} = 1$ a $\delta_{ji} = 0$, potom letadlo $j \in P$ nepřistane dříve než $i \in P$ na stejné RWY), pak příslušná podmínka ze skupiny (3.1.7) přejde do tvaru:

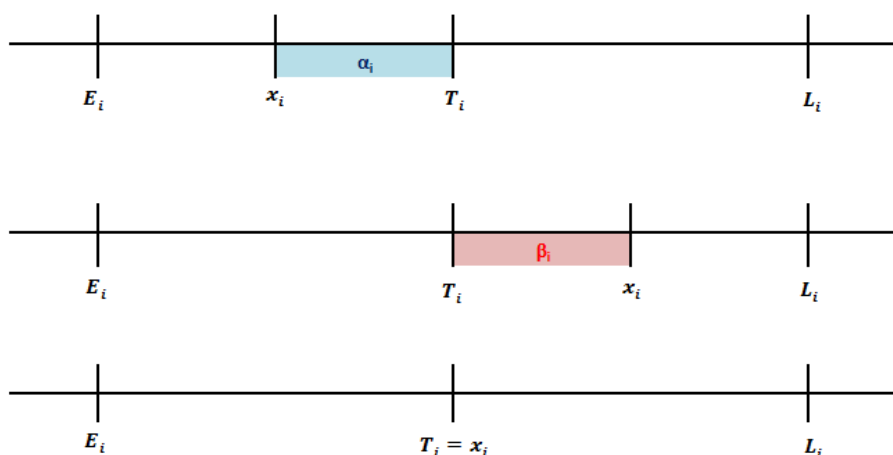
$$x_j \geq x_i + s_{ij}$$

a v tomto tvaru jednoznačně zajistí, že bude dodržen minimální časový rozstup oddělující čas přistání letadla $i \in P$ a čas přistání letadla $j \in P$.

Doplňkový komentář k omezujícím podmínkám typu (3.1.8) a (3.1.9)

Skupiny podmínek (3.1.8) a (3.1.9) jsou určeny ke kvantifikaci hodnot odchylek mezi výpočtem navrhovanými časy přistání x_i od plánovaných časů přistání T_i určených podle letového plánu. Předpokládejme tedy následující tři situace.

V první situaci předpokládejme, že $x_i < T_i$, ve druhé situaci předpokládejme, že $T_i < x_i$ a ve třetí situaci předpokládejme, že $x_i = T_i$. Všechny tři situace znázorňují schémata uvedená na obrázku 4.



Obrázek 4: Souvislosti mezi hodnotami E_i , L_i , T_i , x_i , α_i a β_i

Sledujme nyní splnění jednotlivých podmínek (3.1.8) a (3.1.9) pro konkrétní letadlo $i \in P$. Když nastane první situace, ve které $x_i < T_i$, potom pro pravou stranu podmínky (3.1.8) platí, že $T_i - x_i > 0$, a protože je hodnota funkce (3.1.1) minimalizována, bude také platit, že $T_i - x_i = \alpha_i$. Pro pravou stranu podmínky (3.1.9) v dané situaci platí, že $x_i - T_i < 0$ a tedy vzhledem k minimalizaci funkce (3.1.1) bude platit, že $\beta_i = 0$ (podmínka je pro tuto situaci nadbytečná, obecně to však neplatí, viz následující komentář ke druhé situaci). Ve druhé situaci, tj. kdy $T_i < x_i$, nastane v případě uvedených podmínek opačný případ. Tzn., že když $T_i < x_i$, potom pro pravou stranu podmínky (3.1.8) v dané situaci platí, že $T_i - x_i < 0$ a tedy vzhledem k minimalizaci funkce (3.1.1) bude platit, že $\alpha_i = 0$ (a podmínka bude pro tuto situaci nadbytečná – protože však není nadbytečná pro první situaci, musí být v modelu obsažena). Pro pravou stranu podmínky (3.1.9) bude platit $x_i - T_i > 0$ a protože je hodnota funkce (3.1.1) minimalizována, bude také platit, že $T_i - x_i = \beta_i$. Ve třetí situaci platí, že $x_i = T_i$. Potom jsou pravé strany příslušných podmínek (3.1.8) a (3.1.9) rovny 0 a vzhledem k minimalizaci funkce (3.1.1) jsou také levé strany těchto podmínek rovny 0 (obě podmínky jsou pro tuto situaci nadbytečné).

Pokud se vyskytne případ, kdy některé letadlo nemůže přistát na určité RWY, např. proto, že její délka není dostatečná pro bezpečné přistání daného letadla nebo, že její část je v údržbě, lze tento případ ošetřit tak, že proměnnou modelující přidělení daného letadla $i \in P$ RWY $r \in R$ položíme $z_{ir} = 0$. [2]

3.2 Optimalizační přístup č. 2

V této podkapitole bude optimalizační úloha typu ALP zformulována jiným přístupem, jehož autorem je opět Beasley. [20] Jeho účelem bylo pravděpodobně omezit počet skupin bivalentních proměnných, které by v případě velkých počtů přistávajících letadel mohly zkomplikovat výpočet z hlediska doby výpočtu.

Optimalizační přístup č. 2 je charakteristický kombinací dvou lineárních modelů označovaných zkratkami SEQ a SP. Modely je nutno řešit v předepsaném pořadí, protože výstupy z jednoho modelu jsou zároveň vstupy do modelu druhého. Jako první v pořadí je zapotřebí vyřešit model označený jako SEQ, jako druhý v pořadí je potom řešen model označený jako SP. Situace při řešení modelu SEQ je však také komplikována tím, že model SEQ je nutno řešit tolikrát, kolik existuje přípustných pořadí přistávajících letadel.

Přestože lineární programování v obecné rovině garantuje nalezení optimálního řešení (je-li k dispozici dostatečný čas pro řešení a dostatečně výkonná výpočetní technika), nelze optimalizační přístup č. 2 považovat za exaktní, tj. garantující nalezení optima. Aby bylo možno optimalizační přístup č. 2 považovat za exaktní, musely by být oba modely obsaženy v jednom modelu. To znamená, že by musel být řešen pouze jediný optimalizační model, jako tomu bylo v případě optimalizačního přístupu č. 1. Řešení získaná v obou lineárních modelech (v první i ve druhé fázi) je sice možno považovat za optimální, ovšem celkově je optimalizační přístup č. 2 možno považovat za heuristický, protože negarantuje nalezení globálního optima. V literatuře, např. [21] bývá takový heuristický přístup označován jako heuristická metoda využívající matematické programování.

Vstupní údaje jsou v tomto optimalizačním přístupu stejného typu jako u optimalizačního přístupu č. 1, doplněny jsou tři nové množiny označené jako S , P_s a U_s . Jejich významy jsou objasněny dále v textu práce u jednotlivých modelů.

3.2.1 Lineární model SEQ

Je dána množina přistávajících letadel P , množina všech přípustných pořadí jednotlivých přistávajících letadel S a také množina letadel P_s , která spadají do pořadí $s \in S$. Je definována množina pořadí jednotlivých dvojic letadel U_s , které jsou zařazeny do množiny P_s . Údaj označený jako r definuje počet RWY. Pro každé letadlo je stanoven nejdříve možný E_i a nejpozději přípustný čas přistání L_i , které jsou stanoveny na základě

technických a provozních omezení. Jsou dány hodnoty penále g_i a h_i za každou časovou jednotku, které se uplatňují v okamžiku, kdy dojde k dřívějšímu či pozdějšímu času přistání letadla. Minimální časové rozstupy mezi jednotlivým přistáním jsou označeny parametrem s_{ij} . Úkolem je určit časy přistání jednotlivých letadel tak, aby se minimalizovala hodnota celkového penále za odchylky od plánovaných časů přistání.

Množiny a konstanty vystupující v modelu SEQ:

P	množina přistávajících letadel,
S	množina všech přípustných pořadí přistávajících letadel,
P_s	množina letadel spadajících do pořadí $s \in S$,
U_s	množina pořadí jednotlivých dvojic letadel zařazených v množině P_s ,
E_i	nejdříve možný čas přistání letadla $i \in P$ dle technických a provozních pravidel,
L_i	nejpozději přípustný čas přistání letadla $i \in P$,
T_i	požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
g_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou letadlo $i \in P$ přistane dříve, než je požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
h_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou letadlo $i \in P$ přistane později, než je požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
s_{ij}	minimální časový rozstup mezi letadlem $i \in P$ a letadlem $j \in P$, pokud letadlo $i \in P$ přistane před letadlem $j \in P$.

Proměnné v modelu SEQ:

x_i	čas přistání letadla $i \in P$ naplánovaný v rámci řešení ALP
α_i	čas, o který letadlo $i \in P$ přistane před plánovaným časem přistání T_i
β_i	čas, o který letadlo $i \in P$ přistane po plánovaném čase přistání T_i

Proměnné zařazené ve všech třech skupinách mají stejné definiční obory – množinu nezáporných čísel.

Matematický model SEQ má tvar:

$$\min f(\alpha, \beta, x) \sum_{i \in P_s} (g_i \alpha_i + h_i \beta_i) \quad (3.2.1)$$

za podmíněk:

$$E_i \leq x_i \leq L_i \quad i \in P_s \quad (3.2.2)$$

$$x_j \geq x_i + s_{ij} \quad (i, j) \in U_s \quad (3.2.3)$$

$$\alpha_i \geq T_i - x_i \quad i \in P_s \quad (3.2.4)$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i \quad i \in P_s \quad (3.2.5)$$

$$\alpha_i \leq T_i - E_i \quad i \in P_s \quad (3.2.6)$$

$$\beta_i \leq L_i - T_i \quad i \in P_s \quad (3.2.7)$$

$$x_i = T_i - \alpha_i + \beta_i \quad i \in P_s \quad (3.2.8)$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in P_s \quad (3.2.9)$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad i \in P_s \quad (3.2.10)$$

$$\beta_i \geq 0 \quad i \in P_s \quad (3.2.11)$$

Funkce (3.2.1) vyjadřující optimalizační kritérium reprezentuje vypočítané penále za odchylku od plánovaného času přistání dle FPL pro konkrétní pořadí přistávajících letadel. Skupina omezujících podmínek (3.2.2) zajišťuje, že každé letadlo $i \in P_s$ přistane v rámci přípustného intervalu. Skupina podmínek (3.2.3) zajišťuje, že v rámci naplánovaného pořadí přistávajících letadel budou dodrženy minimální časové rozstupy mezi přistávajícími letadly (letadlo $i \in P_s$ přistává před letadlem $j \in P_s$). Následující skupiny podmínek jsou totožné s podmínkami uvedenými v přechozím optimalizačním přístupu s tím rozdílem, že v rámci jednoho modelu se vztahují pouze k letadlům zařazeným do stejné množiny P_s .

Když bude model vyřešen pro všechna přípustná pořadí přistávajících letadel, což odpovídá počtu prvků zařazených do množiny P_s , může být přistoupeno k řešení druhého modelu – modelu SP.

3.2.2 Lineární model SP

Je opět dána množina přistávajících letadel P , množina všech přípustných pořadí přistávajících letadel S a také množina letadel P_s spadajících do pořadí $s \in S$. Parametr r rovněž definuje počet RWY. Každé letadlo $i \in P$ má definovány hodnoty jednotkových penále g_i a h_i , které se započítají za dřívější nebo pozdější časy přistání. Pro každé letadlo $i \in P$ je definovány časové odchylky od plánovaného času přistání α_i (odchylka mezi dřívějším a plánovaným časem přistání) a β_i (odchylka mezi plánovaným a pozdějším časem přistání). Předpokládá se, že každé pořadí přistávajících letadel může být přiděleno libovolné RWY. Úkolem je vybrat r pořadí přistávajících letadel tak, aby celkové penále vyplývající z vybraných pořadí bylo minimální.

Množiny a konstanty vystupující v modelu SP:

P	množina přistávajících letadel,
S	množina všech přípustných přistávacích pořadí,
P_s	množina letadel spadajících do pořadí $s \in S$,
r	počet přistávacích drah,
g_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou letadlo $i \in P$ přistane dříve, než je požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
h_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou letadlo $i \in P$ přistane později, než je požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
α_i	čas, o který letadlo $i \in P$ přistane před plánovaným časem přistání T_i (vypočítaný v modelu SEQ),
a_{is}	prvek incidenční matice A udávající vzájemný vztah mezi přípustným pořadím $s \in S$ letadlem $i \in P$,
β_i	čas, o který letadlo $i \in P$ přistane po plánovaném čase přistání T_i (vypočítaný v modelu SEQ)

Proměnné v modelu SP:

z_s bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když bylo vybráno pořadí přistávajících letadel $s \in S$ a 0 v opačném případě

Matematický model SP má tvar:

$$\min f(z) = \sum_{s \in S} \sum_{i \in P} (g_i \alpha_i a_{is} + h_i \beta_i a_{is}) z_s \quad (3.2.12)$$

za podmínek:

$$\sum_{s \in S} a_{is} z_s = 1 \quad i \in P \quad (3.2.13)$$

$$\sum_{s \in S} z_s = r \quad (3.2.14)$$

$$z_s \in \{0,1\} \quad s \in S \quad 3.2.13$$

Funkce (3.2.12) vyjadřující optimalizační kritérium reprezentuje celkové penále pro vybraného pořadí. Skupina omezujících podmínek (3.2.13) zajistí, že k realizaci bude vybráno právě jedno pořadí obsahující konkrétní letadlo. Jinak řečeno, každému letadlu bude umožněno přistání. Omezující podmínka (3.2.14) zajistí, že pro přistávání letadel budou využity všechny (každá) RWY.

3.3 Optimalizační přístup č. 3

V této podkapitole bude optimalizační úloha typu ALP zformulována posledním přístupem, jehož autory jsou Mesgarpour, Potts a Bennell, a který byl publikován v [8]. Optimalizační přístup č. 3 byl také publikován jako výstup z výzkumných aktivit realizovaných pro potřeby společnosti EUROCONTROL.

Optimalizační přístup č. 3 obsahuje stejná vstupní data jako v předchozích výše uvedených optimalizačních přístupech. Ve srovnání s oběma výše uvedenými optimalizačními přístupy se navíc vyskytuje množina preferencí A , díky které lze na vstupu určovat pořadí přistání jednotlivých letadel ve smyslu toho, kdo má přednost před kým. Model je také doplněn konstantami označovanými jako τ_i , TS_i , které upřesňují plánovaný čas přistání letadla $i \in P$ s využitím radarových informací o aktuální poloze letadla vstupujícího do prostoru letištního radaru. Jsou zde dány také maximální odchylky od plánovaných časů přistání vytvářející interval, ve kterém nedochází k penalizaci.

Jistou komplikací z hlediska řešitelnosti však může způsobit, že u tohoto optimalizačního přístupu jsou uváděna tři optimalizační kritéria. Obecně totiž může být problém řešit úlohu s více optimalizačními kritérii různorodého charakteru (kritéria vyjadřují různé veličiny v různých jednotkách). Postup řešení spočívá především v tom, že v takových případech musí být buď možnost převést různá optimalizační kritéria na stejné kritérium (např. vyjádřit nefinanční veličiny na finanční prostředky, u optimalizačního kritéria minimalizačního typu zpravila na náklady) nebo musí být známo pořadí důležitosti jednotlivých kritérií nebo musí existovat způsob, jak objektivně vypočítat váhy jednotlivých kritérií nebo je nutno upustit (zpravidla v případě výskytu protichůdných kritérií) od požadavku na globální optimum a spokojit se pouze s tzv. kompromisním řešením. Navíc dvě ze tří optimalizačních kritérií jsou nelineární. Nelinearita v optimalizačních modelech, ať již v účelové funkci nebo v omezujících podmínkách je výraznou komplikací, neboť pro některé typy nelinearit (většinu) není k dispozici žádná exaktní metoda, tedy získání globálního optima není možné. Obecně se potom postupuje tak, že řešitel buď upustí od požadavku na nalezení globálního optima a pro řešení zvolí heuristický přístup nebo se pokusí nelinearitu odstranit, tj. nelineární model se podaří za cenu přidání proměnných a omezujících podmínek transformovat na model lineární, který je již potom exaktně řešitelný. V případě optimalizačního přístupu č. 3 nastal případ, při kterém bylo možno použít druhou možnost, tj. transformaci nelineárního modelu na model lineární a „cena za linearizaci“ nebyla velká. Linearizované nelineární modely je tedy možno považovat za jeden z výstupů diplomové práce.

Zbývá ještě odpovědět na otázku, z jakého důvodu jsou v modelu zahrnuta tři optimalizační kritéria. Výběr správné účelové funkce pro optimalizační úlohu typu ALP je kontroverzní, a ne všechny zainteresované subjekty (ATC, letiště, letecké společnosti) se shodují na stejné funkci. Trojice optimalizačních kritérií je schopna uspokojit zájmy všech výše zmíněných subjektů.

Množiny a konstanty vystupující v modelu

- P množina dostupných letadel na přistání,
- A matice preferencí, její prvky nabývají hodnot 0 a 1. Když letadlo $i \in P$ musí přistát před letadlem $j \in P$, potom $a_{ij} = 1$, v opačném případě $a_{ij} = 0$,
- E_i nejdříve možný čas přistání letadla $i \in P$, dle technických a provozních pravidel,

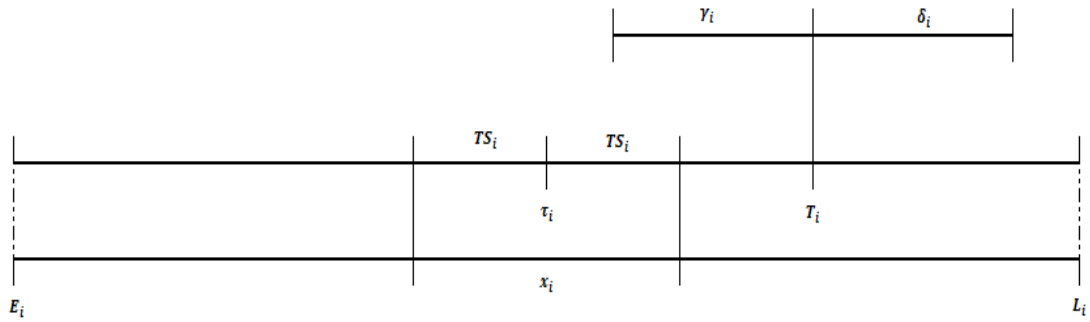
- L_i nejpozději přípustný čas přistání letadla $i \in P$, který je obvykle určen dle palivového limitu, maximálně možného zpoždění či situace, že se jedná o navazující let,
- T_i požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla i na základě přiřazeného časového slotu, který je určen v letovém plánu,
- τ_i předpokládaný čas přistání letadla $i \in P$ predikovaný na základě informace o vstupu letadla $i \in P$ do vzdušného prostoru letištního radaru,
- TS_i maximální časová odchylka tohoto letadla od/do τ_i pro letadlo $i \in P$, v přistávací sekvenci,
- γ_i maximální povolené uspořádání času přistání letadla $i \in P$, za které se neplatí penále (dolní hranice slotu je $T_i - \gamma_i$),
- δ_i maximální povolené zpoždění času přistání letadla $i \in P$, za které se neplatí penále (horní hranice slotu je $T_i + \delta_i$),
- g_i sankce za každou časovou jednotku při uspořádání času přistání letadla $i \in P$, dojde-li k přistání letadla před časem γ_i ,
- h_i sankce za každou časovou jednotku při uspořádání času přistání letadla $i \in P$, dojde-li k přistání letadla po čase δ_i ,
- s_{ij} minimální časový rozstup mezi časem přistání letadla $i \in P$ a časem přistání letadla $j \in P$, pokud letadlo $i \in P$ přistane před letadlem $j \in P$,
- F_{i-} průměrné náklady na spotřebu paliva za každou časovou jednotku, o kterou se uspořádá čas přistání letadla $i \in P$ vztahmo k T_i ,
- F_{i+} průměrné náklady na spotřebu paliva za minutu za každou časovou jednotku letadla, o kterou se zpozdí čas přistání letadla $i \in P$ vztahmo k T_i ,

Proměnné

- x_i výpočtem navrhovaný čas přistání každého letadla $i \in P$,
- σ_{ij} bivalentní proměnná, která nabývá hodnoty 1 v případě, že letadlo $i \in P$ přistane před letadlem $j \in P$ a hodnoty 0 v opačném případě,

- G_i nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku dřívějšího času přistání od času přistání podle FPL
- H_i nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku pozdějšího času přistání od času přistání podle FPL
- V_i nezáporná proměnná ohraničující shora dřívější časy přistání,
- W_i nezáporná proměnná ohraničující shora pozdější časy přistání.

Na obrázku 5 je znázorněna souvislost mezi jednotlivými konstantami a proměnnými vystupujícími v optimalizačním přístupu č. 3. Snahou tohoto matematického modelu je navrhnout časy přistání x_i tak, aby byly provedeny v rámci přípustných intervalů a zároveň nevznikalo penále, popř. vyžaduje-li to situace, bylo penále za časové odchylky od plánovaných časů přistání co nejnižší.



Obrázek 5: Souvislosti mezi hodnotami E_i , L_i , T_i , x_i , τ_i , TS_i , γ_i , δ_i

První optimalizační kritérium minimalizuje celkovou hodnotu penále za časové odchylky od plánovaných časů přistání. Účelová funkce má tvar:

$$\min f(x, \sigma) = \sum_{i \in P} (g_i \max\{T_i - x_i - \gamma_i; 0\} + h_i \max\{x_i - T_i - \delta_i; 0\}) \quad (3.3.1)$$

za podmíněk:

$$\sigma_{ij} + \sigma_{ji} = 1 \quad i, j \in P, i \neq j \quad (3.3.2)$$

$$x_i + S_{ij} \leq x_j + M(1 - \sigma_{ij}) \quad i, j \in P, i \neq j \quad (3.3.3)$$

$$E_i \leq x_i \leq L_i \quad i \in P \quad (3.3.4)$$

$$\tau_i - TS_i \leq x_i \leq \tau_i + TS_i \quad i \in P \quad (3.3.5)$$

$$x_i a_{ij} \leq x_j \quad i, j \in P, i \neq j \quad (3.3.6)$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.3.7)$$

$$\sigma_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j \in P, i \neq j \quad (3.3.8)$$

Skupina omezujících podmínek (3.3.2) zajišťuje jednoznačné pořadí přistání pro dvojici letadel $i \in P$, a $j \in P$. Skupina omezujících podmínek (3.3.3) zajistí, že mezi přistávajícími letadly budou dodržovány minimální časové rozstupy. Symbol $M \gg 0$ reprezentuje prohibitivní konstantu a umožní splnit podmínku v případech, že dodržení minimálního rozstupu nebude vyžadováno, protože letadla nebudou přistávat bezprostředně za sebou. Skupina omezujících podmínek (3.3.4) zajišťuje, aby letadla přistávala v rámci časově přípustného intervalu, který je stanoven z provozních a technických důvodů (omezené množství paliva, vzdušná rychlost letadla). Skupina omezujících podmínek (3.3.5) zajišťuje, že přistávající letadlo přistane v rámci předpokládaného intervalu stanoveného na základě radarových informací. Skupina omezujících podmínek (3.3.6) zajistí požadovanou prioritu v přistávání letadel. V případě, že $a_{ij} = 1$, má podmínka tvar $x_i \leq x_j$, v případě, že $a_{ij} = 0$, přejde podmínka do tvaru $0 \leq x_j$, což odpovídá tvaru obligatorní podmínky, která kromě definičního oboru nevytváří žádné další omezení.

Ověříme v této fázi řešení pomocí jednoduchého příkladu funkčnost výrazů obsažených v účelové funkci (3.3.1). Ověřením funkčnosti se rozumí, že budou vypočítány správné hodnoty penále za dřívější nebo pozdější přistání mimo interval, ve kterém za dřívější nebo pozdější přistání penále nevzniká. Uvažujme modelově plánovaný čas přistání podle FPL $T_i = 85 \text{ min}$ a maximální hodnoty odchylek od tohoto času $\gamma_i = \delta_i = 10 \text{ min}$, které vymezují interval, v němž za odchylný čas přistání penále nevzniká. To znamená, že když přistávajícímu letadlu bude přidělen čas přistání v intervalu $x_i \in \langle T_i - \gamma_i; T_i \rangle$, tedy v intervalu $x_i \in \langle 85 - 10; 85 \rangle$, po úpravě v intervalu $x_i \in \langle 75; 85 \rangle$, nebude přistávajícímu letadlu vypočítáno penále za dřívější čas přistání. Analogicky, když bude přistávajícímu letadlu přidělen čas přistání v intervalu $x_i \in \langle T_i; T_i + \gamma_i \rangle$, tedy v intervalu $x_i \in \langle 85; 85 + 10 \rangle$, po úpravě v intervalu $x_i \in \langle 85; 95 \rangle$, nebude přistávajícímu letadlu vypočítáno penále za pozdější čas přistání.

Dále se předpokládá, že pro jednotková penále (penále za každou časovou jednotku, o kterou se bude vypočítaný čas přistání lišit od naplánovaného času u přistání podle FPL) platí $g_i > 0$ a $h_i > 0$. Pokud by některá z hodnot jednotkových penále byla nulová, potom je zřejmé, že i výraz obsahující tuto hodnotu bude nulový.

V první dílčí situaci předpokládejme, že nastala situace, ve které $x_i < T_i$ a necht' $x_i = 76 \text{ min}$ (tzn., nastala situace, ve které letadlo přistává dříve, než je plánovaný čas přistání dle FPL, ale v rámci intervalu, ve kterém se penále za dřívější přistání neplatí). Potom pro jednotlivé výrazy v účelové funkci platí:

$$g_i \max\{T_i - x_i - \gamma_i; 0\} = g_i \max\{85 - 76 - 10; 0\} = g_i \max\{-1; 0\} = 0$$

Za dřívější přistání v intervalu $\langle 75; 85 \rangle$ tedy podle prvního členu účelové funkce bude vypočítáno nulové penále. Dále bude ověřeno, jakou hodnotu bude mít druhý člen účelové funkce, pro který platí:

$$h_i \max\{x_i - T_i - \delta_i; 0\} = h_i \max\{76 - 85 - 10; 0\} = h_i \max\{-19; 0\} = 0$$

Je tedy zřejmé, že při dřívějším přistání v intervalu $\langle 75; 85 \rangle$ bude penále vypočítané podle druhého členu také nulové.

Ve druhé dílčí situaci předpokládejme, že nastala situace, ve které $x_i < T_i$ a necht' $x_i = 73 \text{ min}$ (tzn., nastala situace, ve které letadlo přistává dříve, než je plánovaný čas přistání dle FPL, ale mimo rámec intervalu, ve kterém se penále za dřívější přistání neplatí). Potom pro jednotlivé výrazy v účelové funkci platí:

$$g_i \max\{T_i - x_i - \gamma_i; 0\} = g_i \max\{85 - 73 - 10; 0\} = g_i \max\{2; 0\} = 2g_i$$

Za dřívější přistání mimo interval $\langle 75; 85 \rangle$ tedy podle prvního členu účelové funkce bude vypočítáno penále $2g_i$. Dále bude ověřeno, jak se v této situaci bude chovat druhý člen účelové funkce, pro který platí:

$$h_i \max\{x_i - T_i - \delta_i; 0\} = h_i \max\{73 - 85 - 10; 0\} = h_i \max\{-22; 0\} = 0$$

Je tedy zřejmé, že při dřívějším přistání mimo interval $\langle 75; 85 \rangle$ bude penále vypočítané podle druhého členu také nulové.

Ve třetí dílčí situaci předpokládejme, že nastala situace, ve které $x_i > T_i$ a necht' $x_i = 94 \text{ min}$ (tzn., nastala situace, ve které letadlo přistává později, než je plánovaný čas přistání dle FPL, ale v rámci intervalu, ve kterém penále za pozdější přistání nevzniká). Potom pro jednotlivé výrazy v účelové funkci platí:

$$g_i \max\{T_i - x_i - \gamma_i; 0\} = g_i \max\{85 - 94 - 10; 0\} = g_i \max\{-19; 0\} = 0$$

Za pozdější přistání v intervalu $\langle 85; 95 \rangle$ tedy podle prvního členu účelové funkce bude vypočítáno nulové penále. Dále bude ověřeno, jakou hodnotu bude mít v této situaci druhý člen účelové funkce, pro který platí:

$$h_i \max\{x_i - T_i - \delta_i; 0\} = h_i \max\{94 - 85 - 10; 0\} = h_i \max\{-1; 0\} = 0$$

Je tedy zřejmé, že při pozdějším přistání v intervalu $\langle 85; 95 \rangle$ bude penále vypočítané podle druhého členu také nulové.

Ve čtvrté dílčí situaci předpokládejme, že nastala situace, ve které $x_i > T_i$ a nechť $x_i = 97 \text{ min}$ (tzn., nastala situace, ve které letadlo přistává později, než je plánovaný čas přistání dle FPL, ale mimo rámec intervalu, ve kterém penále za pozdější přistání nevzniká). Potom pro jednotlivé výrazy v účelové funkci platí:

$$g_i \max\{T_i - x_i - \gamma_i; 0\} = g_i \max\{85 - 97 - 10; 0\} = g_i \max\{-22; 0\} = 0$$

Je tedy zřejmé, že za pozdější přistání mimo interval $\langle 85; 95 \rangle$ tedy bude podle prvního členu účelové funkce vypočítáno nulové penále. Dále bude ověřeno, jakou hodnotu bude mít druhý člen účelové funkce, pro který platí:

$$h_i \max\{x_i - T_i - \delta_i; 0\} = h_i \max\{97 - 85 - 10; 0\} = h_i \max\{2; 0\} = 2h_i$$

Za pozdější přistání mimo interval $\langle 85; 95 \rangle$ tedy podle druhého členu účelové funkce bude vypočítáno penále $2h_i$.

Na základě provedených výpočtů lze tvrdit, že v účelové funkci (3.3.1) jsou hodnoty penále počítány korektně.

Vzhledem však k tomu, že výše uvedená účelová funkce (3.3.1) je nelineárního charakteru, k tomu, aby byla ověřena funkčnost tohoto optimalizačního přístupu v optimalizačním software Xpress-IVE, je vhodné provést linearizaci modelu. Linearizace bude provedena pomocí nově zavedených nezáporných proměnných G_i a H_i . Linearizovaný model má tvar:

$$\min f(x, \sigma) = \sum_{i=1}^n (g_i G_i + h_i H_i) \quad (3.3.9)$$

za podmínek (3.3.2) – (3.3.8) a dále za podmínek

$$T_i - x_i - \gamma_i \leq G_i \quad i \in P \quad (3.3.10)$$

$$x_i - T_i - \delta_i \leq H_i \quad i \in P \quad (3.3.11)$$

$$G_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.3.12)$$

$$H_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.3.13)$$

Druhým optimalizačním kritériem je funkce ve tvaru:

$$\min f(x, \sigma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.3.14)$$

jejíž hodnota je minimalizována opět za podmínek (3.3.2) – (3.3.8).

Hodnotu veličiny ve tvaru zlomku lze ovlivnit buď zmenšením čitatele nebo zvětšením jmenovatele, nebo kombinací obojího. Jelikož hodnotu jmenovatele v průběhu optimalizačního výpočtu nelze měnit (počet letadel v rámci jedné úlohy je konstantní), je možno hodnotu optimalizačního kritéria snížit pouze prostřednictvím zmenšením hodnoty čitatele. To ve skutečnosti znamená, že řešící algoritmus bude v průběhu výpočtu preferovat dřívější časy přistání před pozdějšími. Je tedy možné letět optimální rychlostí, která zajistí ekonomickou spotřebu paliva a nedochází ke zpoždění.

Soustava omezujících podmínek byla podrobně analyzována u modelu obsahujícího první optimalizační kritérium.

Třetí optimalizační kritérium minimalizovat celkové náklady vyplývající ze spotřeby paliva. Náklady na palivo představují téměř 50 % provozních nákladů. Spotřeba paliva závisí na různých faktorech, jako je např. technika pilotáže, letová hladina, vzdušná rychlost, model a hmotnost letadla a množství paliva v palivových nádržích. Následkem toho je potřeba klást důraz na další náklady spojené se spotřebou paliva, které jsou také ovlivněny uspíšením či zpožděním přistávajícího letadla. V případě tohoto kritéria veličiny γ_i a δ_i umožňující odložení výpočtu penále nehrají roli (jako v případě prvního optimalizačního kritéria), protože náklady na zvýšené palivo se projevují „okamžitě“ při vzniku jakékoliv kladné odchylky od plánovaného času přistání T_i dle zadaného FPL ve smyslu uspíšeného nebo opožděného výpočtem navrženého času přistání. Spotřeba paliva je v tomto optimalizačním přístupu kalkulována na časovou jednotku (tzn., za každou časovou jednotku, o kterou bude vypočítaný čas uspíšen nebo opožděn ve srovnání s plánovaným časem přistání podle FPL). Účelová funkce má tvar:

$$\min f(x, \sigma) = \sum_{i \in P} (F_{i-} \max\{(T_i - x_i); 0\} + F_{i+} \max\{(x_i - T_i); 0\}) \quad (3.3.15)$$

za podmínek (3.3.2) – (3.3.8).

Ověříme v této fázi řešení pomocí jednoduchého příkladu funkčnost výrazů obsažených v účelové funkci (3.3.15). Ověřením funkčnosti se rozumí, že budou vypočítány správné hodnoty penále za dřívější nebo pozdější přistání. Uvažujme opět modelově plánovaný čas přistání podle FPL $T_i = 85 \text{ min}$. Protože v případě třetího kritéria není definován interval, ve kterém by se penále neplatilo (jako v případě prvního kritéria), stačí místo čtyř situací uvést pouze dvě.

Rovněž se dále předpokládá, že pro jednotková penále (penále za každou časovou jednotku, o kterou se bude vypočítaný čas přistání lišit od naplánovaného čas u přistání podle FPL) platí $F_{i-} > 0$ a $F_{i+} > 0$. Pokud by některá z hodnot jednotkových penále byla opět nulová, potom je zřejmé, že i výraz obsahující tuto hodnotu bude nulový.

V první dílčí situaci předpokládejme, že nastala situace, ve které $x_i < T_i$ a nechť $x_i = 76 \text{ min}$ (tzn., nastala situace, ve které letadlo přistává dříve, než je plánovaný čas přistání dle FPL). Potom pro jednotlivé výrazy v účelové funkci platí:

$$F_{i-} \max\{T_i - x_i; 0\} = F_{i-} \max\{85 - 76; 0\} = F_{i-} \max\{9; 0\} = 9F_{i-}$$

Za dřívější přistání bude vypočítáno penále ve výši $9F_{i-}$. Dále bude ověřeno, jakou hodnotu bude mít druhý člen účelové funkce, pro který platí:

$$F_{i+} \max\{x_i - T_i; 0\} = F_{i+} \max\{-9; 0\} = F_{i+} \max\{-9; 0\} = 0$$

Je tedy zřejmé, že při dřívějším přistání bude penále vypočítané podle druhého členu nulové.

Ve druhé dílčí situaci předpokládejme, že nastala situace, ve které $x_i > T_i$ a nechť $x_i = 94 \text{ min}$ (tzn., nastala situace, ve které letadlo přistává později, než je plánovaný čas přistání podle FPL). Potom pro jednotlivé výrazy v účelové funkci platí:

$$F_{i-} \max\{T_i - x_i; 0\} = F_{i-} \max\{85 - 94; 0\} = F_{i-} \max\{-9; 0\} = 0$$

Za pozdější přistání bude v prvním členu účelové funkce vypočítáno nulové penále. Dále bude ověřeno, jakou hodnotu bude mít v této situaci druhý člen účelové funkce, pro který platí:

$$F_{i+} \max\{x_i - T_i; 0\} = F_{i+} \max\{94 - 85; 0\} = F_{i+} \max\{9; 0\} = 9F_{i+}$$

Je tedy zřejmé, že při pozdějším přistání, než je plánovaný čas přistání podle FPL bude penále vypočítané podle druhého členu účelové funkce činit $9F_{i+}$.

Na základě provedených výpočtů lze tvrdit, že účelová funkce počítá hodnoty penále korektně.

Ve třetí účelové funkci však opět nastává problém, protože daná funkce je opět nelineárního charakteru. Je tedy žádoucí provést její linearizaci, a to pomocí nových proměnných a dodatečných omezujících podmínek. Účelová funkce (3.3.15) bude při linearizaci nahrazena účelovou funkcí (3.3.16) a soustava omezujících podmínek (3.3.2) – (3.3.8) bude doplněna o skupiny omezujících podmínek (3.3.17) – (3.3.20).

Linearizovaný model má tedy tvar:

$$\min f(x, \sigma) = \sum_{i=1}^n (F_{i-}V_i + F_{i+}W_i) \quad (3.3.16)$$

za podmínek (3.3.2) – (3.3.8) a podmínek:

$$T_i - x_i \leq V_i \quad i \in P \quad (3.3.17)$$

$$x_i - T_i \leq W_i \quad i \in P \quad (3.3.18)$$

$$V_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.3.19)$$

$$W_i \geq 0 \quad i \in P \quad (3.3.20)$$

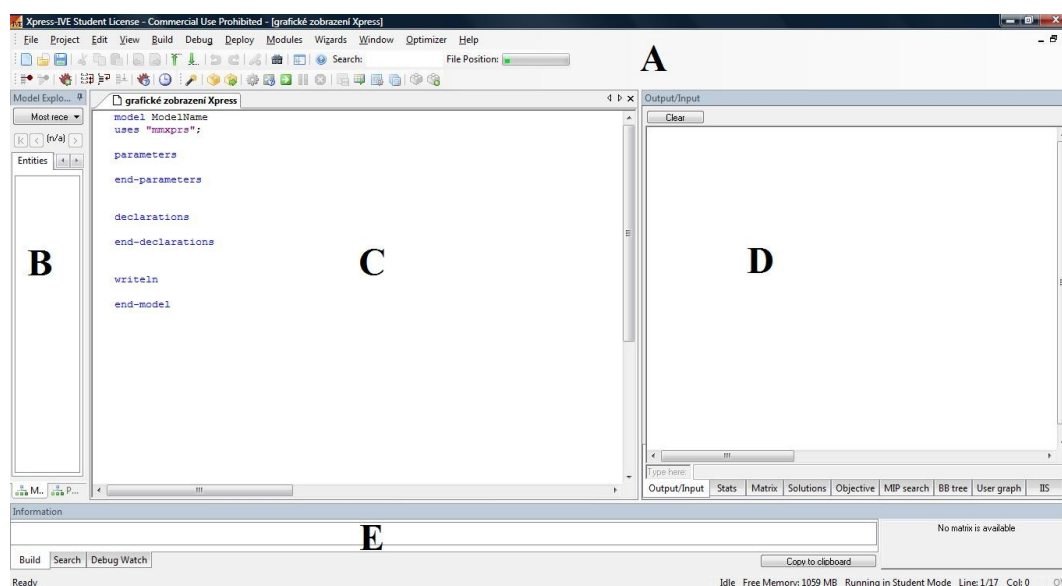
kde V_i je nezáporná proměnná ohraničující shora dřívější časy přistání a proměnná W_i je nezáporná proměnná ohraničující shora pozdější časy přistání.

4 Validace vybraných optimalizačních přístupů v optimalizačním software Xpress-IVE

Validace optimalizačních přístupů byla provedena prostřednictvím optimalizačního software Xpress-IVE. Z uvedeného důvodu bude prostředí optimalizačního software nejdříve stručně popsáno.

4.1 Optimalizační software Xpress-IVE

Optimalizační software Xpress-IVE od společnosti FICO využívá programovací jazyk MOSEL, a je to jeden ze software určených k řešení lineárních modelů. V rámci diplomové práce byl tento optimalizační software využit pro účely lineárního programování výše uvedených optimalizačních přístupů a nalezení řešení optimálního výsledku, tedy hodnoty účelové funkce. Na obrázku 6 lze vidět pracovní plochu výše zmíněného optimalizačního software.



Obrázek 6: Grafické zobrazení optimalizačního software Xpress-IVE

Pracovní plochu je možno rozdělit do pěti částí. V části pracovní plochy označené písmenem A se nachází panel nástrojů, ve kterém je možnost otevřít nový soubor, uložit stávající soubor, vrátit akci o krok/kroky zpět, jsou zde obsaženy nástroje pro kontrolu syntaktické správnosti napsaného programu, pro zahájení optimalizačního výpočtu a další. V levé části pracovní plochy (písmeno B) se nachází část, do které se po zahájení optimalizačního výpočtu vypisují všechny veličiny vystupující v modelu. Vlastní text programu řešitel zapisuje do dílčí části pracovní plochy s označením C. Pravá část

pracovní plochy označená písmenem D slouží k výpisu dosažených výsledků, případně o průběhu optimalizačního výpočtu. V případě, že je v textu programu syntaktická chyba, je její typ detailněji popsán v dílčí části pracovní plochy označené písmenem E.

Protože optimalizační software Xpress-IVE neumí pracovat s časovými údaji, je třeba vstupní data transformovat do tvaru, se kterým je možno v optimalizačním software pracovat. Transformace je jednoduchá. Na časové ose se zvolí vztažný časový okamžik předcházející všem reálným časovým údajům a od tohoto okamžiku se všechny reálné časové okamžiky přepočítají ve zvolených časových jednotkách. Je možno uvést jednoduchý příklad. Necht' je čas přistání plánovaný podle FPL v 6:30, vztažným časovým okamžikem je čas 6:00 a zvolenou časovou jednotkou je 1 minuta. Potom bude do optimalizačního software místo času 6:30 zadána hodnota 30.

4.2 Ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 1

Funkčnost optimalizačního přístupu č. 1 byla provedena prostřednictvím modelového příkladu.

4.2.1 Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 1

V modelovém příkladu je uvažováno s pěti přistávajícími letadly A320, které spadají do střední hmotnostní kategorie střední z hlediska stanovení hodnot minimálních časových rozstupů mezi přistávajícími letadly. Pro přistávající letadla dané hmotnostní kategorie jsou dle leteckého předpisu L4444 hodnoty minimálních časových rozstupů nastaveny na 2 minuty. Vstupní data týkající se hodnot plánovaných časů přistání dle FPL, hodnot nejdříve možných a nejpozději možných časů přistání a hodnot penále za každou časovou jednotku, o kterou letadla přistanou dříve nebo později ve srovnání s plánovaným časem přistání dle FPL dřívejší a pozdější přistání jsou uvedeny v tabulce 1.

Letadlo i	T_i	E_i	L_i	g_i	h_i
1	21	10	50	1	1
2	22	10	50	1	1
3	27	10	50	1	1
4	28	10	50	1	1
5	29	10	50	1	1

Tabulka 1: Vstupní data pro experiment s optimalizačním přístupem č. 1

S optimalizačním přístupem č. 1 budou provedeny dva výpočetní experimenty lišící se v počtech RWY vystupujících v úloze. V prvním výpočetním experimentu bude počet RWY nastaven na hodnotě 1, ve druhém výpočetním experimentu na hodnotě 2.

Matematické modely v konkrétních podobách nebudou pro svou rozsáhlost uváděny, z textů programů v programovacím jazyce MOSEL bude uveden pouze text programu pro výpočetní experiment č. 1, tj. výpočetní experiment s jednou přistávací RWY. Text programu pro výpočetní experiment č. 2, tj. výpočetní experiment se dvěma RWY se liší pouze v jednom řádku a to v řádku, ve kterém se definuje počet RWY označený v textu programu jako R (v modelu je symbolem R označena množina RWY).

Při výskytu více RWY se, analogicky jako při teoretickém popisu, počítá se splněním předpokladu, že každé z přistávajících letadel může přistát na libovolné z obou uvedených RWY.

4.2.2 Text programu pro optimalizační přístup č. 1 s jednou RWY

```
model Pristup1
uses "mmxprs"
declarations
P=5
let=1..P
R=1
draha=1..R
E:array(let)of real
T:array(let)of real
L:array(let)of real
g:array(let)of real
h:array(let)of real
s:array(let,let)of real
alfa:array(let)of mpvar
beta:array(let)of mpvar
x:array(let)of mpvar
sig:array(let,let)of mpvar
z:array(let,let)of mpvar
y:array(let,draha)of mpvar
end-declarations
M:=100000
E::[10,10,10,10,10]
T::[21,22,27,28,29]
L::[50,50,50,50,50]
g::[1,1,1,1,1]
h::[1,1,1,1,1]
s::[2,2,2,2,2,
```

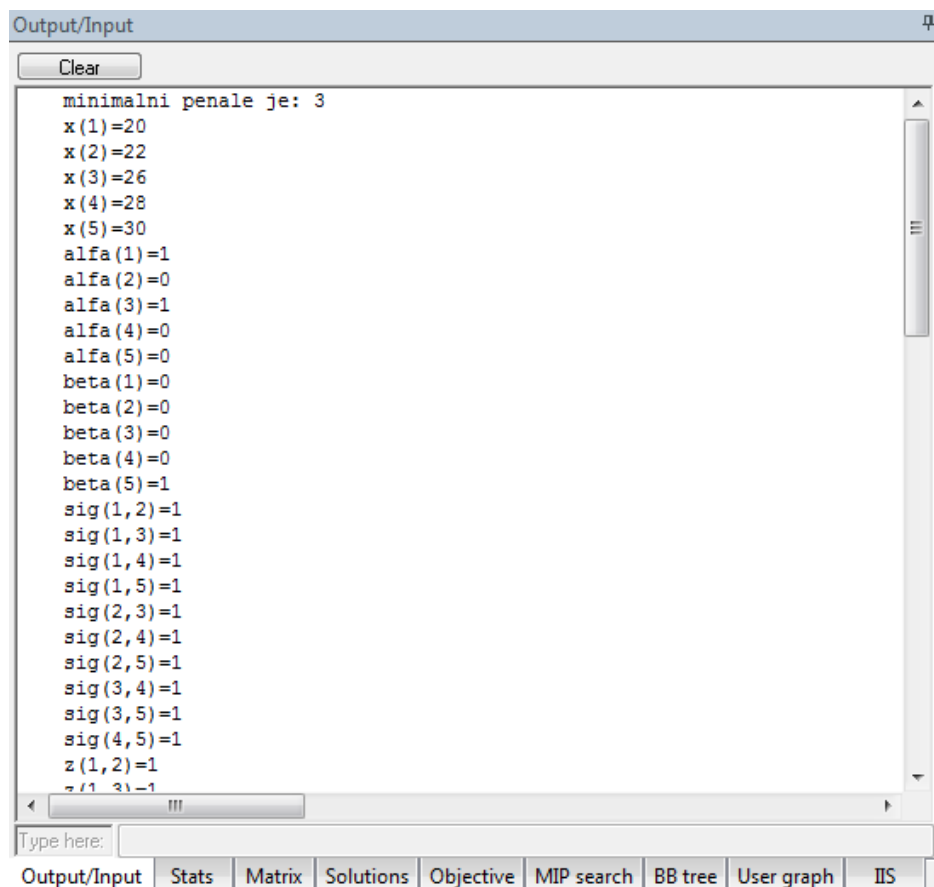
```

2,2,2,2,2,
2,2,2,2,2,
2,2,2,2,2,
2,2,2,2,2]
forall(i in let)E(i)<=x(i)
forall(i in let)L(i)>=x(i)
forall(i in let,j in let|i<>j)sig(i,j)+sig(j,i)=1
forall(i in let)sum(j in draha)y(i,j)=1
forall(i in let,j in let|i<>j)z(i,j)=z(j,i)
forall(i in let,j in let,k in draha|i<>j)1+z(i,j)>=y(i,k)+y(j,k)
forall(i in let,j in let|i<>j)x(j)>=x(i)+(s(i,j)*z(i,j))-(L(i)+s(i,j)-E(j))*sig(j,i)
forall(i in let)alfa(i)>=T(i)-x(i)
forall(i in let)beta(i)>=x(i)-T(i)
forall(i in let)alfa(i)<=T(i)-E(i)
forall(i in let)beta(i)<=L(i)-T(i)
forall(i in let)x(i)>=T(i)-alfa(i)+beta(i)
forall(i in let)alfa(i)>=0
forall(i in let)beta(i)>=0
forall(i in let)x(i)>=0
forall(i in let,j in let)sig(i,j)is_binary
forall(i in let,j in let)z(i,j)is_binary
forall(i in let,j in draha)y(i,j)is_binary
uf:=sum(i in let)(g(i)*alfa(i)+h(i)*beta(i))
minimize(uf)
writeln("minimalni penale je: ",getobjval)
forall(i in let)writeln("x(",i,")=" ,getsol(x(i)))
forall(i in let)writeln("alfa(",i,")=" ,getsol(alfa(i)))
forall(i in let)writeln("beta(",i,")=" ,getsol(beta(i)))
end-model

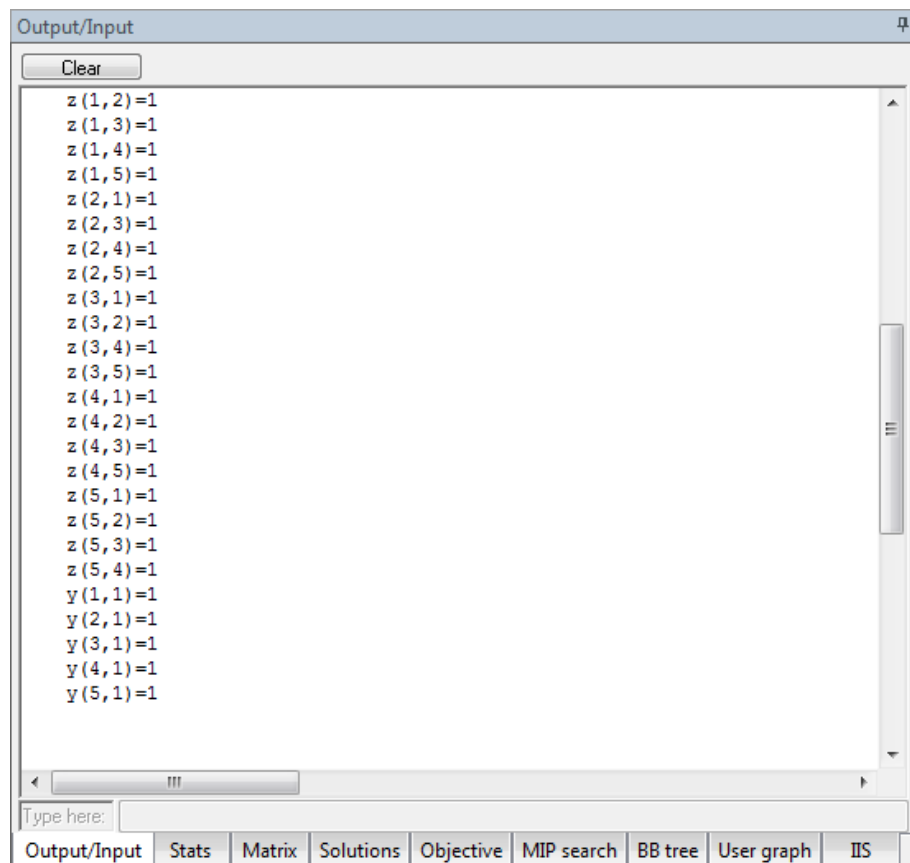
```

4.2.3 Výpis výsledků výpočetního experimentu

Po ukončení optimalizačního výpočtu byly získány výsledky uvedené na obrázku 7 a 8.



Obrázek 7: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s jednou RWY (1. část)



Obrázek 8: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s jednou RWY (2.část)

Na obrázku 7 lze vidět výslednou hodnotu účelové funkce. Dle zadaných hodnot plánovaných časů přistání první a třetí letadlo přistane o 1 minutu dříve, než bylo naplánováno v FPL a páté letadlo přistane o 1 minutu později, než je plánovaný čas přistání podle FPL. Vzhledem k jednotkovým hodnotám penále za každou časovou jednotku, o kterou budou modelem vypočítané časy odchýleny od plánovaných podle FPL, činí celkové penále za odchýlné časy přistání 3 (vyjádřeno např., v peněžních nebo jiných jednotkách, viz možné interpretace uvedené dále).

Fakt, že v rámci prvního výpočetního experimentu bylo nalezeno optimum je možno dohledat v záložce Stats uvedeně na obrázku 9.

Stats			
Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	95	Rows(constraints):	20
Columns(variables):	60	Columns(variables):	25
Nonzero elements:	255	Nonzero elements:	55
Global entities:	45	Global entities:	10
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	8	Depth:	1
Objective:	0	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	2.99999
Time:	0.0s	Best solution:	3
		Gap:	0.000333333%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.2s
Time overheads:			
Progress graphs:	0.0s		
Writing output:	0.0s		
Pausing:	0.0s		
Updating status:	0.0s		
Output/Input	Stats	Matrix	Solutions
		Objective	MIP search
		BB tree	User graph
			IIS

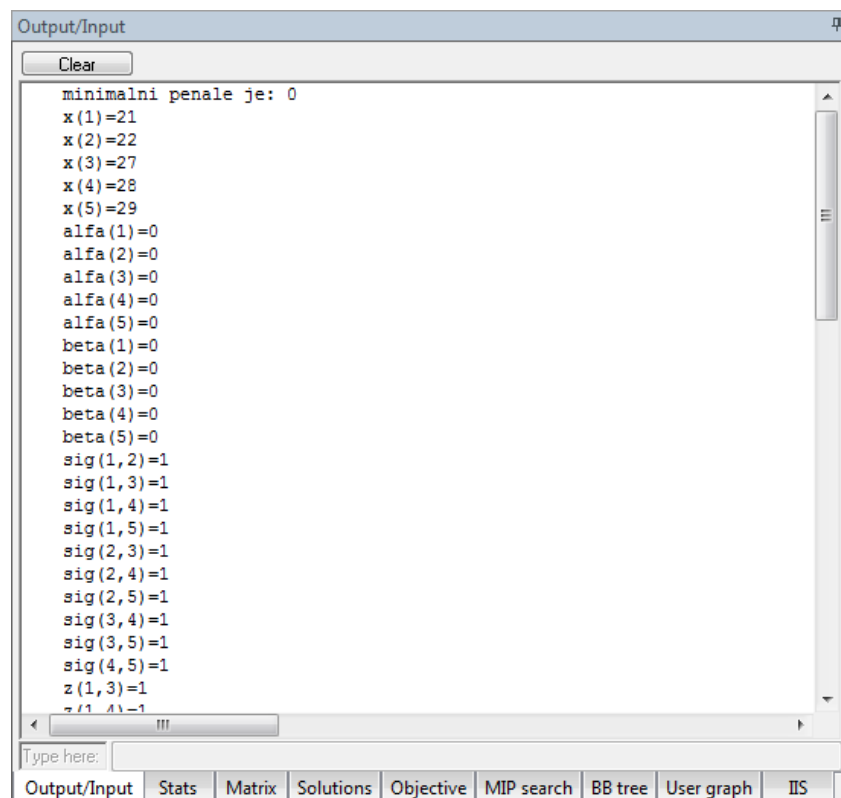
Obrázek 9: Stavové hlášení o průběhu prvního výpočetního experimentu v optimalizačním přístupu č. 1

Na obrázku 9 je uvedeno stavové hlášení o průběhu druhého výpočetního experimentu optimalizačního přístupu č. 1. Uvedení formulace „Solution is optimal“ potvrzuje dosažení optimálního řešení. Doba výpočtu v prvním výpočetním experimentu činila 0,2 s.

Ve druhém výpočetním experimentu lišícím se v tom, že počet přistávacích RWY se ve srovnání s předchozím případem zvýšil na 2, se očekává, že zvýšení počtu RWY

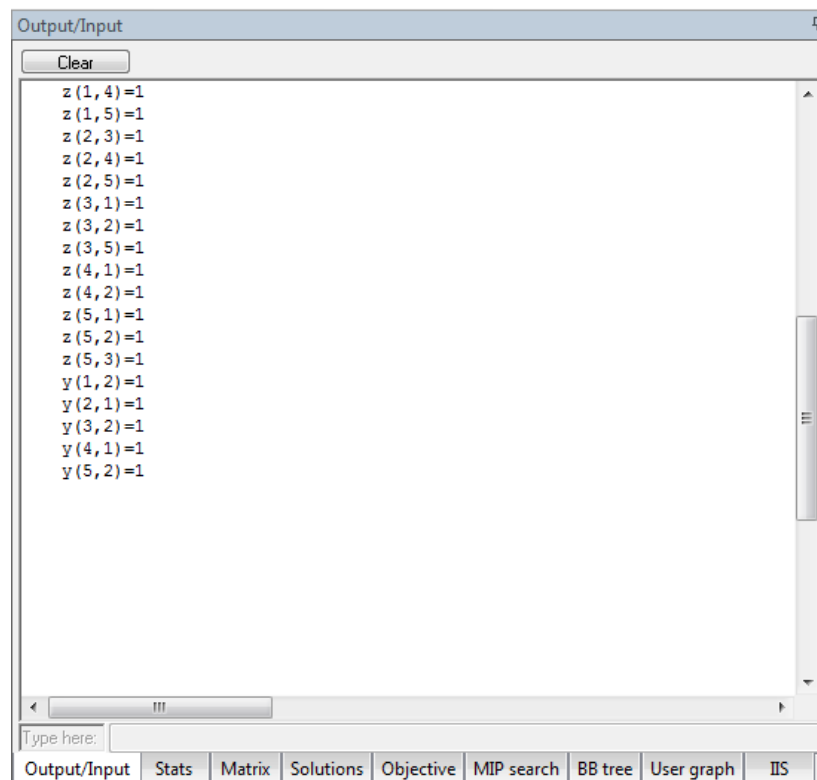
nezhorší (spíše zlepší) kvalitu řešení, což se projeví tak, že hodnota optimalizačního kritéria se nezvýší nebo spíše sníží.

Po ukončení optimalizačního výpočtu byly získány výsledky uvedené na obrázku 10 a 11.



```
minimalni penale je: 0
x(1)=21
x(2)=22
x(3)=27
x(4)=28
x(5)=29
alfa(1)=0
alfa(2)=0
alfa(3)=0
alfa(4)=0
alfa(5)=0
beta(1)=0
beta(2)=0
beta(3)=0
beta(4)=0
beta(5)=0
sig(1,2)=1
sig(1,3)=1
sig(1,4)=1
sig(1,5)=1
sig(2,3)=1
sig(2,4)=1
sig(2,5)=1
sig(3,4)=1
sig(3,5)=1
sig(4,5)=1
z(1,3)=1
z(1,4)=-1
```

Obrázek 10: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s dvěma RWY (1. část)



Obrázek 11: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s dvěma RWY (2. část)

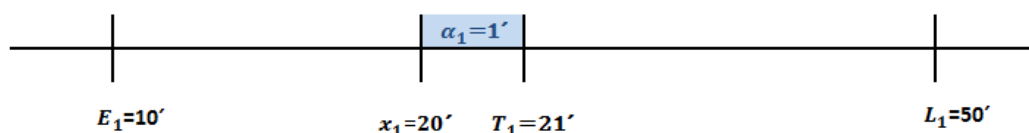
Obrázek 12 ukazuje stavové hlášení o průběhu výpočtu při druhém výpočetním experimentu realizovaným pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 1.

Stats			
Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	120	Rows(constraints):	50
Columns(variables):	65	Columns(variables):	40
Nonzero elements:	325	Nonzero elements:	165
Global entities:	50	Global entities:	25
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	27	Depth:	1
Objective:	0	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	0
Time:	0.0s	Best solution:	0
		Gap:	0%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.0s
Time overheads:			
Progress graphs:	0.0s		
Writing output:	0.0s		
Pausing:	0.0s		
Updating status:	0.0s		
<div> Output/Input Stats Matrix Solutions Objective MIP search BB tree User graph IIS </div>			

Obrázek 12: Stavové hlášení o průběhu druhého výpočetního experimentu v optimalizačním přístupu č. 1

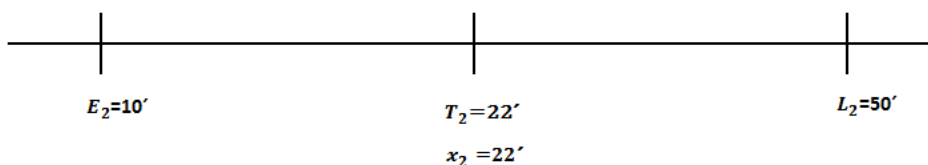
Uvedení formulace „Solution is optimal“ potvrzuje opět dosažení optimálního řešení. Jak je zřejmé, hodnota optimalizačního kritéria se podle očekávání snížila. Doba výpočtu ve druhém výpočetním experimentu činila 0 s.

4.2.4 Grafická interpretace dosažených výsledků – experiment s jednou RWY



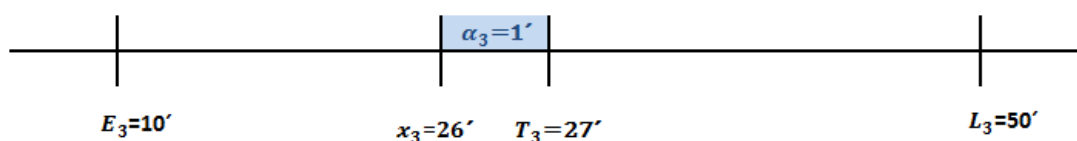
Obrázek 13: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla

Jak je možno vidět na obrázku 13, plánovaný čas přistání 1. letadla je v čase 21 minut, avšak optimalizačním výpočtem navrhovaný čas přistání je o 1 min dříve. Tedy vzniká zde časová odchylka od plánovaného času přistání o hodnotu 1 min, která je penalizována.



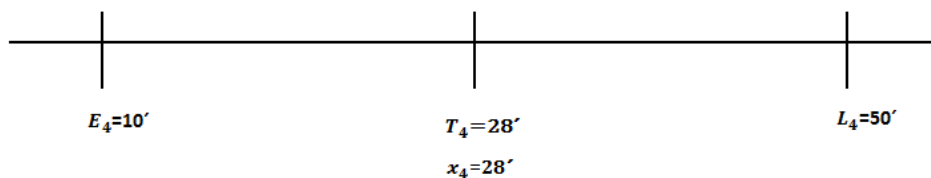
Obrázek 14: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla

Jak je možno vidět na obrázku 14, plánovaný čas přistání je shodný s optimalizačním výpočtem navrhovaným časem přistání 2. letadla. Je zde nulová časová odchylka, penále proto nevzniká.



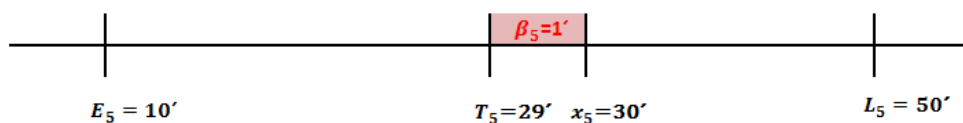
Obrázek 15: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla

Jak je možno vidět na obrázku 15, plánovaný čas přistání 3. letadla je v čase 27 minut, avšak optimalizačním výpočtem navrhovaný čas přistání je o 1 min dříve. Tedy vzniká zde časová odchylka od plánovaného času přistání o hodnotu 1 min, která je penalizována.



Obrázek 16: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla

Jak je možno vidět na obrázku 16, plánovaný čas přistání je shodný s optimalizačním výpočtem navrhovaným časem přistání 2. letadla. Je zde nulová časová odchylka, která není penalizována.

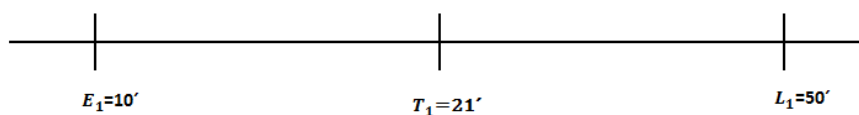


Obrázek 17: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla

Jak je možno vidět na obrázku 17, plánovaný čas přistání 5. letadla je v čase 29', avšak optimalizačním výpočtem navrhovaný čas přistání je o 1 min později. Tedy vzniká zde časová odchylka od plánovaného času přistání o hodnotu 1 min, která je penalizována.

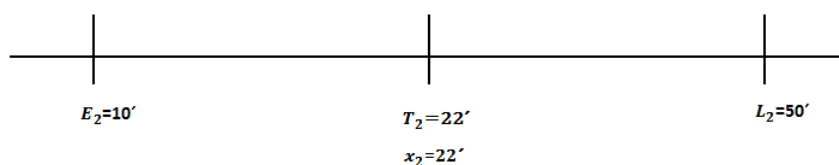
4.2.5 Grafická interpretace dosažených výsledků – experiment se dvěma RWY

1. RWY



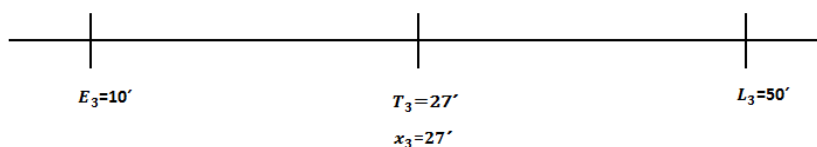
Obrázek 18: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla

2. RWY



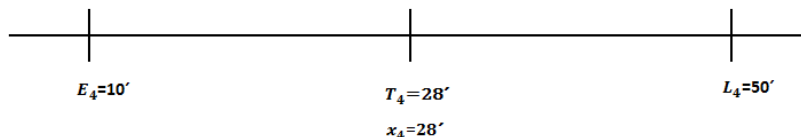
Obrázek 19: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla

1. RWY



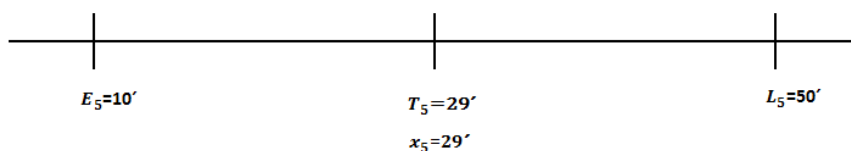
Obrázek 20: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla

2. RWY



Obrázek 21: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla

1. RWY



Obrázek 22: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla

Z obrázků 18 – 22 je zřejmé, že v případě, že model pracuje s větším množstvím RWY, snaží se je co nejvíce využít tak, aby nevznikaly kladné časové odchylky a nevznikala z nich plynoucí penále. Je zřejmé, že v navrženém řešení byly využívány obě RWY.

4.3 Ověření optimalizačního přístupu č. 2

Funkčnost optimalizačního přístupu č. 2 byla provedena prostřednictvím modelového příkladu.

4.3.1 Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 2

Funkčnost optimalizačního přístupu č. 2 bude validována prostřednictvím modelového příkladu uvedeného v publikaci [2]. V uvedeném příkladu se vyskytují 3 přistávající letadla a 2 RWY. Základní časové a penalizační údaje jsou shrnuty v tabulce 2. Minimální časové rozstupy mezi přistáními letadel jsou nastaveny na 10 min.

letadlo	E_i	T_i	L_i	g_i	h_i
1	50	88	95	3	1
2	88	95	105	3	1
3	75	100	120	3	1

Tabulka 2: Vstupní data pro experiment s optimalizačním přístupem č. 2

Nejdříve je nutno vytvořit všechna přípustná pořadí přistávajících letadel. Pro tyto účely se uvažuje, že všechna letadla v daném pořadí přistávají na stejné RWY. Přípustnost pořadí se prověřuje prostřednictvím modelu SEQ. Vytvoří se množiny P_s , počínaje jednoprvkovými, následované dvouprvkovými a tříprvkovými (v zadání figurují 3 letadla). V případě jednoprvkových množin není nutno do textu programu zadávat podmínky zajišťující dodržení minimálních časových rozstupů mezi přistávajícími letadly. V případě většího počtu letadel se do textů programů zařadí pouze ty podmínky, které zajišťují minimální časové rozstupy ve stanoveném pořadí.

V dalším textu bude uveden text programu pro jednoprvkovou množinu obsahující letadlo 1. Ostatní texty programů jsou uvedeny v přílohové části práce.

4.3.2 Text programu pro model SEQ (pořadí 1)

```

model Pristup2
uses "mmxprs"
declarations
n=1
let=1..n
g:array(let)of real
h:array(let)of real
E:array(let)of real
L:array(let)of real
T:array(let)of real
x:array(let)of mpvar
alfa:array(let)of mpvar
beta:array(let)of mpvar
end-declarations
M:=100000
g::[3]
h::[1]
E::[50]
L::[95]
T::[88]
forall(i in let)E(i)<=x(i)
forall(i in let)L(i)>=x(i)
forall(i in let)alfa(i)>=T(i)-x(i)
forall(i in let)beta(i)>=x(i)-T(i)

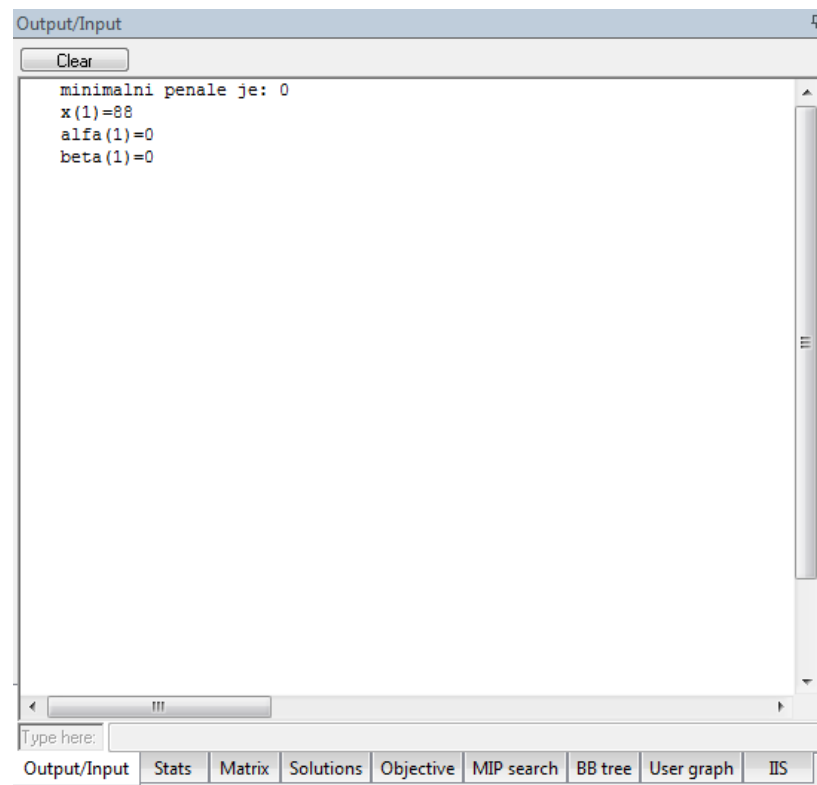
```

```

forall(i in let)alfa(i)<=T(i)-E(i)
forall(i in let)beta(i)<=L(i)-T(i)
forall(i in let)x(i)=T(i)-alfa(i)+beta(i)
forall(i in let)x(i)>=0
forall(i in let)alfa(i)>=0
forall(i in let)beta(i)>=0
uf:=sum(i in let)(g(i)*alfa(i)+h(i)*beta(i))
minimize(uf)
writeln("minimalni penale je: ",getobjval)
forall(i in let)writeln("x(",i,")=",getsol(x(i)))
forall(i in let)writeln("alfa(",i,")=",getsol(alfa(i)))
forall(i in let)writeln("beta(",i,")=",getsol(beta(i)))
end-model

```

4.3.3 Výpis výsledků výpočetního experimentu s modelem SEQ (pořadí 1)



Obrázek 23: Výsledky optimalizačního kritéria SEQ (pořadí 1)

Stats		
Matrix:		
Rows(constraints):	3	
Columns(variables):	3	
Nonzero elements:	7	
Global entities:	0	
Sets:	0	
Set members:	0	
Presolved:		
Rows(constraints):	0	
Columns(variables):	0	
Nonzero elements:	0	
Global entities:	0	
Sets:	0	
Set members:	0	
Overall status: Finished LP relaxation.		
LP relaxation:		
Algorithm: Simplex dual		
Simplex iterations:	0	
Objective:	0	
Status:	LP Optimal	
Time:	0.0s	
Time overheads:		
Progress graphs:	0.0s	
Writing output:	0.0s	
Pausing:	0.0s	
Updating status:	0.0s	
Output/Input	Stats	Matrix Solutions Objective MIP search BB tree User graph IIS

Obrázek 24: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu optimalizačního kritéria SEQ

4.3.4 Shrnutí výsledků dosažených modelem SEQ

Tabulka 3 obsahuje zjištěná přípustná pořadí přistání včetně modelem SEQ navržených časů přistání jednotlivých letadel v daných pořadích a z nich vyplývajících hodnot penále. Přípustným pořadím č. 6 je např. pořadí, ve kterém nejdříve přistane letadlo 3 a to v čase 85 a následně přistane letadlo 1 v čase 95. Celkové penále za odchylné časy přistání činí 52.

Pořadí	Množina letadel	Čas/y přistání	Celkové penále
1	{1}	{80}	0
2	{2}	{95}	0
3	{3}	{100}	0
4	{1→2}	{88; 98}	3
5	{1→3}	{88; 100}	0
6	{3→1}	{85; 95}	52
7	{2→3}	{95; 105}	5
8	{3→2}	{95; 105}	25
9	{1→2→3}	{88; 98; 108}	11
10	{1→3→2}	{85; 95; 105}	34

Tabulka 3: Možné proveditelné sekvence a jim odpovídající penále

Model řešený v optimalizačním software dále identifikoval např. nepřipustné pořadí {2→1}. Nepřipustnost takového pořadí lze prokázat jednoduše. Nařídíme-li přistání letadla 2 v jeho nejdříve možném čase 88 minut, zjišťujeme, že vzhledem k minimálnímu odstupu

10 minut může letadlo 1 přistát nejdříve v čase 98 minut, což již je čas mimo přípustný časový interval tohoto letadla, který končí v čase 95.

V dalším postupu budou výsledky dosažené řešením modelů SEQ tvořit vstupní data do modelu SP. Vypočítané hodnoty celkových penále jsou obsaženy ve veličině označené v modelu SP jako „koef_ok“. Jak je z textu programu patrné, vektor těchto koeficientů má v modelu SP pouze 7 prvků, zatímco přípustných pořadí získaných řešením modelu SEQ je 10. Snížení počtu koeficientů proběhlo na základě toho, že při stejných letadlech obsažených ve více pořadích postoupilo do další fáze výpočtu pouze to pořadí, u kterého byla hodnota celkového penále minimální (horší varianty pořadí obsahujících stejná letadla by určitě při optimalizačním výpočtu nebyly vybrány k realizaci). V důsledku uvedené úvahy byla tedy vyřazena pořadí přistávajících letadel č. 6, č. 8 a č. 10.

4.3.5 Text programu pro model SP

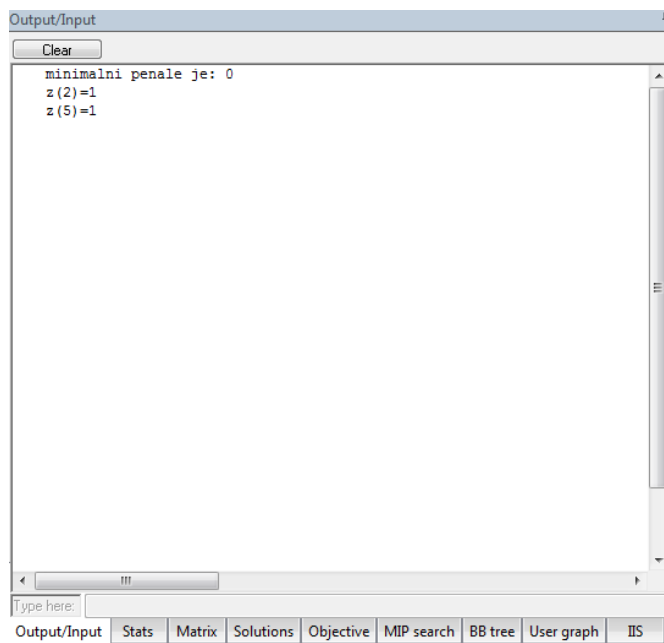
```
model Pristup2
uses "mmxprs"
declarations
poradi=1..7
z:array(poradi)of mpvar
koef_ok:array(poradi)of real
end-declarations
koef_ok::[0,0,0,3,0,5,11]
forall(i in poradi)z(i)is_binary
z(1)+z(4)+z(5)+z(7)=1
z(2)+z(4)+z(6)+z(7)=1
z(3)+z(5)+z(6)+z(7)=1
sum(i in poradi)z(i)=2
uf:=sum(i in poradi)koef_ok(i)*z(i)
minimize(uf)
writeln("minimalni penale je: ",getobjval)
forall(i in poradi|getsol(z(i))=1)writeln("z(",i,")=",getsol(z(i)))
end-model
```

4.3.6 Výpis výsledků výpočetního experimentu s modelem SP

Jak je z dosažených výsledků prezentovaných na obrázku 25 zřejmé, došlo k výběru dvou pořadí letadel a to pořadí č. 2 a č. 5. Výběr dvou pořadí lze odůvodnit tím, že na letišti jsou k dispozici dvě RWY.

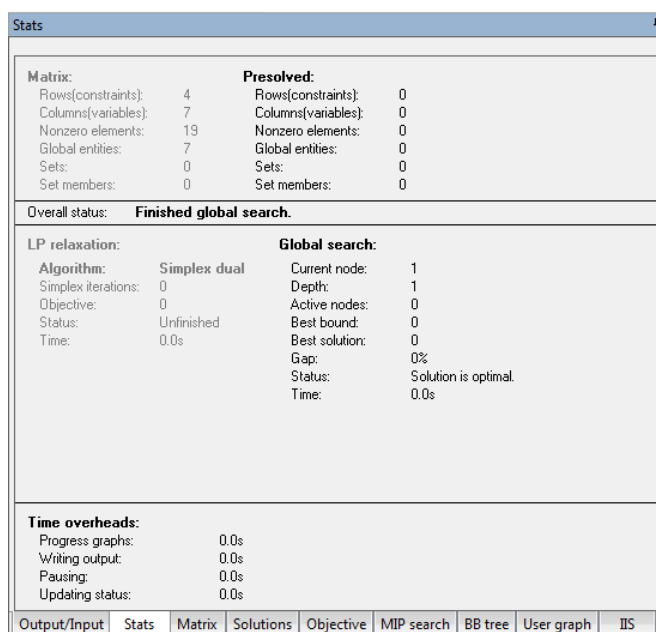
Byla vybrána taková pořadí, která umožnila, aby přistála všechna tři letadla (protože pořadí č. 2 obsahuje letadlo 2 a pořadí č. 5 obsahuje letadla č. 1 a č. 3). Přidělení všech tří

letadel stejné RWY by zvýšilo penále, neboť mezi přistávajícími letadly je třeba zachovat minimální odstupy 10 minut. A protože časy přistání stanovené FPL nejsou naplánovány v odstupech 10 minut, došlo by v případě přidělení všech tří letadel stejné RWY určitě ke vzniku penále.



Obrázek 25: Výsledky optimalizačního kritéria SP

Obrázek 26 potvrzuje dosažení optimálního řešení. Doba optimalizačního výpočtu byla zanedbatelná.



Obrázek 26: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu optimalizačního kritéria SP

4.4 Ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 3

Vstupní data tohoto optimalizačního přístupu budou stejného typu jako v případě optimalizačního přístupu č. 1, avšak s tím rozdílem, že je bude doplněn o požadavek na preferenci pořadí přistávajících letadel.

Funkčnost optimalizačního přístupu č. 3 byla v optimalizačním software Xprees-IVE ověřována opět s množinou 5 letadel, přičemž 3. letadlo bude letadlo typu letadla Cessna 172 (hmotnostní kategorie – lehká) a čtyři letadla jsou opět letadla typu Airbus 320 (hmotnostní kategorie – střední).

Vzhledem k tomu, že jednou z několika výhod tohoto optimalizačního přístupu, je možnost určit pořadí přistávajících letadel ve smyslu kdo má přednost před kým, byl do zadání doplněn požadavek, aby 3. letadlo typu Cessna 172 muselo přistát před 2. letadlem typu Airbus 320. Na tuto podmínku se váže další požadavek, že letadlo typu Cessna musí mít vzhledem k větší turbulenci v úplavu za letadlem typu A320 nastaven větší minimální časový rozstup, v tomto případě bude nastaven na hodnotě 3 minuty. Časové rozstupy mezi ostatními letadly jsou nastaveny na 2 minuty.

Optimalizační přístup č. 3 má tři optimalizační kritéria. Ověřování funkčnosti z výpočetního hlediska stačí prostřednictvím jednokriteriálních modelů. Při ověřování funkčnosti byly využity linearizované tvary nelineárních účelových funkcí.

Vzhledem k tomu, že jednokriteriální modely v optimalizačním přístupu č. 3 se liší pouze v optimalizačním kritériu (soustavy omezujících podmínek jsou totožné), bude dále uveden celý text programu pouze pro model s prvním kritériem. Ostatní texty programů by se lišily pouze v řádku věnovanému optimalizačnímu kritériu. Text programu pro druhé optimalizační kritérium má v řádku věnovanému optimalizačnímu kritériu napsáno:

$$uf:=(\text{sum}(i \text{ in } \text{let})x(i))/n$$

text programu pro druhé optimalizační kritérium má v řádku věnovanému optimalizačnímu kritériu napsáno:

$$uf:=\text{sum}(i \text{ in } \text{let})(F_{\min}(i)*G(i)+F_{\text{plus}}(i)*H(i))$$

4.4.1 Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti optimalizačního přístupu č. 3

Vstupní data týkající se hodnot plánovaných časů přistání dle FPL, hodnot nejdříve možných a nejpozději možných časů přistání a hodnot penále za každou časovou jednotku, o kterou letadla přistanou dříve nebo později ve srovnání s plánovaným časem přistání podle FPL dřívejší a pozdější přistání jsou uvedeny v tabulce 4.

Letadlo i	T_i	E_i	L_i	g_i	h_i	τ_i	TS_i	γ_i	δ_i
1	83	10	100	1	1	82	5	2	2
2	84	10	100	1	1	86	5	2	2
3	84	10	100	1	1	88	5	2	2
4	86	10	100	1	1	97	5	2	2
5	87	10	100	1	1	98	5	2	2

Tabulka 4: Vstupní data pro experiment s optimalizačním přístupem č. 3

4.4.2 Text programu s první lineární kritériální funkcí

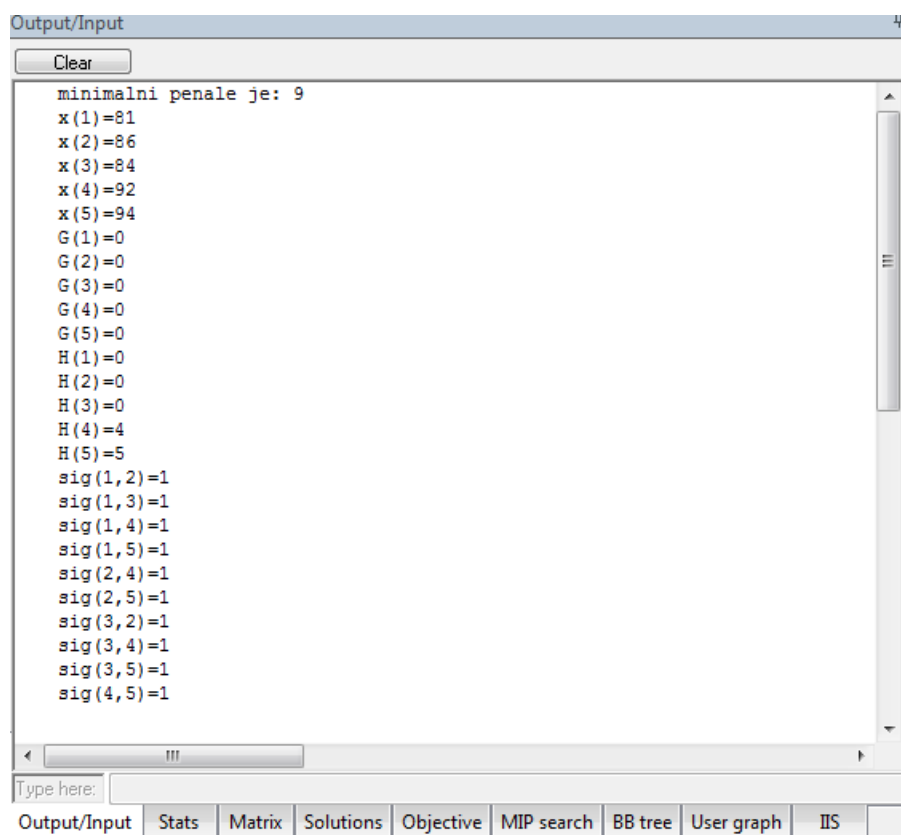
```
model Pristup3a
uses "mmxprs"
declarations
n=5
let=1..n
T:array(let)of real
E:array(let)of real
L:array(let)of real
g:array(let)of real
h:array(let)of real
tau:array(let)of real
TS:array(let)of real
gama:array(let)of real
delta:array(let)of real
s:array(let,let)of real
x:array(let)of mpvar
G:array(let)of mpvar
H:array(let)of mpvar
sig:array(let,let)of mpvar
end-declarations
M:=100000
s::[2,2,3,2,2,
    2,2,3,2,2,
    2,2,3,2,2,
    2,2,3,2,2,
    2,2,3,2,2]
```

```

a::[0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,
    0,1,0,0,0,
    0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0]
gama::[2,2,2,2,2]
delta::[2,2,2,2,2]
T::[83,84,84,86,87]
tau::[82,86,88,97,98]
TS::[5,5,5,5,5]
g::[1,1,1,1,1]
h::[1,1,1,1,1]
E::[10,10,10,10,10]
L::[100,100,100,100,100]
forall(i in let,j in let)sig(i,j)is_binary
forall(i in let)T(i)-x(i)-gama(i)<=G(i)
forall(i in let)x(i)-T(i)-delta(i)<=H(i)
forall(i in let,j in let|i<>j)sig(i,j)+sig(j,i)=1
forall(i in let,j in let)x(i)+s(i,j)<=x(j)+M*(1-sig(i,j))
forall(i in let)tau(i)-TS(i)<=x(i)
forall(i in let)tau(i)+TS(i)>=x(i)
forall(i in let,j in let)x(i)*a(i,j)<=x(j)
forall (i in let)x(i)>=E(i)
forall(i in let)x(i)<=L(i)
uf:=sum(i in let)(g(i)*G(i)+h(i)*H(i))
minimize(uf)
writeln("minimalni penale je: ",getobjval)
forall(i in let)writeln("x(",i,")=",getsol(x(i)))
forall(i in let)writeln("G(",i,")=",getsol(G(i)))
forall(i in let)writeln("H(",i,")=",getsol(H(i)))
end-model

```

4.4.3 Výpis výsledků výpočetního experimentu



```
minimalni penale je: 9
x(1)=81
x(2)=86
x(3)=84
x(4)=92
x(5)=94
G(1)=0
G(2)=0
G(3)=0
G(4)=0
G(5)=0
H(1)=0
H(2)=0
H(3)=0
H(4)=4
H(5)=5
sig(1,2)=1
sig(1,3)=1
sig(1,4)=1
sig(1,5)=1
sig(2,4)=1
sig(2,5)=1
sig(3,2)=1
sig(3,4)=1
sig(3,5)=1
sig(4,5)=1
```

Obrázek 27: Výsledky optimalizačního přístupu č. 3

Jak můžeme vidět na obrázku 27, optimalizační software Xpress-IVE podle tohoto matematického modelu zohlednil požadavek, aby třetí letadlo přistálo před druhým. Zároveň je splněna podmínka, že třetí letadlo přistane za prvním letadlem s dodrženým časovým rozstupem 3 minuty, jak je stanoveno předpisem L4444.

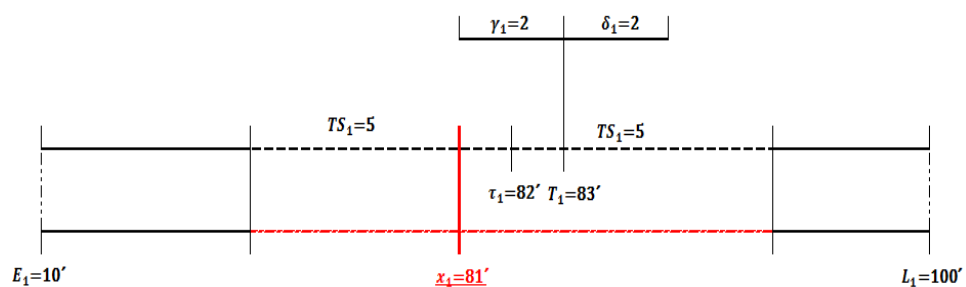
Výpočtem navrhované časy přistání jsou nastaveny tak, aby vznikly co nejmenší časové odchylky od plánovaných časů přistání podle FPL. V tomto případě zde však dochází u čtvrtého přistávacího letadla zpoždění 4 minuty a u pátého letadla zpoždění 5 minut. Jelikož je stanoveno, že za každou minutu odchýlení se od plánovaného času přistání vznikají penále v hodnotě 1, výslednou hodnotou penále pro tento případ je hodnota 9.

Stats			
Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	51	Rows(constraints):	12
Columns(variables):	40	Columns(variables):	12
Nonzero elements:	122	Nonzero elements:	30
Global entities:	25	Global entities:	3
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	3	Depth:	1
Objective:	8	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	8.99999
Time:	0.0s	Best solution:	9
		Gap:	0.000111111%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.0s
Time overheads:			
Progress graphs:	0.0s		
Writing output:	0.0s		
Pausing:	0.0s		
Updating status:	0.0s		
<div> Output/Input Stats Matrix Solutions Objective MIP search BB tree User graph IIS </div>			

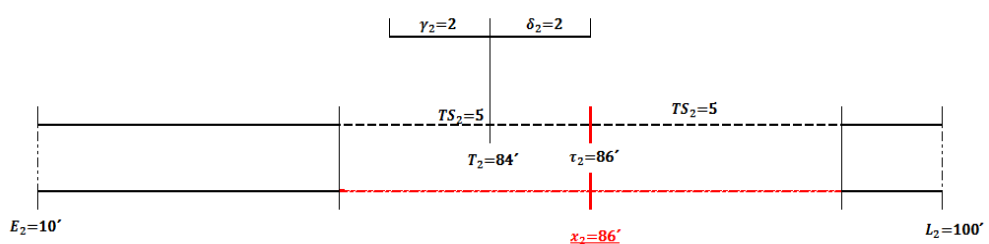
Obrázek 28: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu v optimalizačním přístupu č. 3

Na obrázku 28 je uvedeno, že bylo dosaženo optimálního řešení a doba výpočtu trvala 0 s.

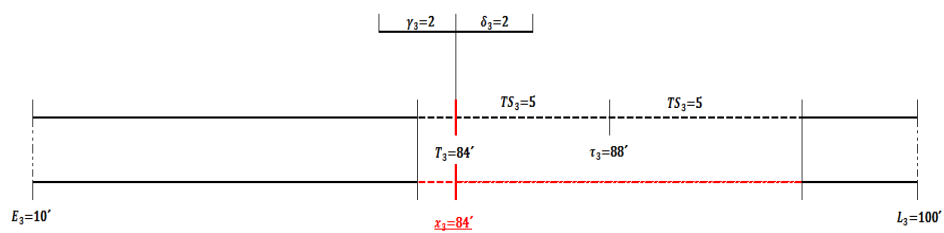
4.4.4 Grafická interpretace dosažených výsledků



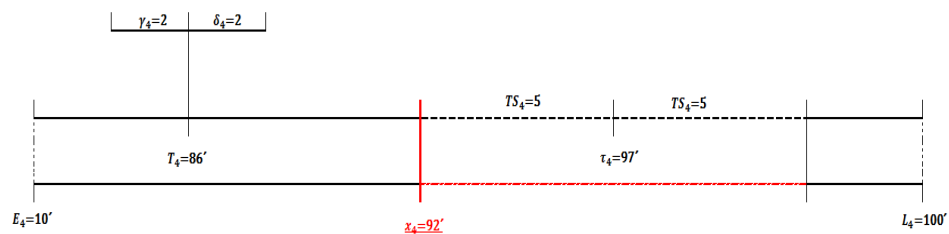
Obrázek 29: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla



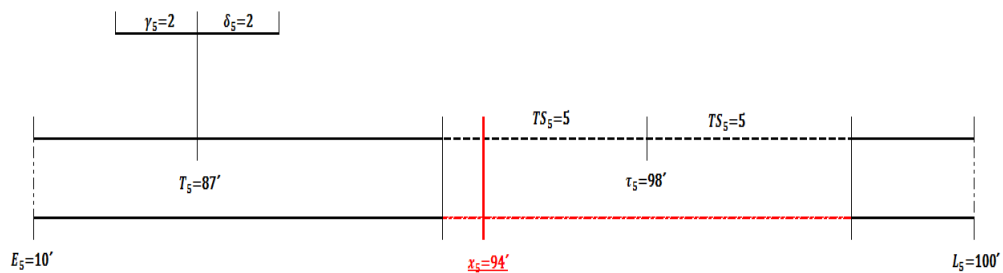
Obrázek 30: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla



Obrázek 31: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla



Obrázek 32: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla



Obrázek 33: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla

5 Komparace existujících matematických přístupů

V následujících podkapitolách je shrnuta charakteristika optimalizačních přístupů, jejichž funkčnost byla ověřována s využitím optimalizačního software Xpress-IVE a také ukázka postupu, který se používá při řešení v optimalizačním přístupu č. 2. Je provedeno porovnání z hlediska typů vstupních dat, formulovaných optimalizačních kritérií a průběhu optimalizačního výpočtu. V poslední podkapitole jsou shrnuty výhody a nevýhody jednotlivých optimalizačních přístupů.

5.1 Optimalizační přístup č. 1

Optimalizační přístup č. 1 má na vstupu množinu přistávajících letadel a množinu RWY. Kromě plánovaných časů přistání podle FPL má definovány také nejdříve možné časy přistání a nejpozději možné časy přistání, penále za každou časovou jednotku, o kterou letadlo přistane dříve nebo později od hodnoty plánovaného času přistání stanoveného FPL a hodnoty minimálních časových rozstupů mezi přistávajícími letadly.

Kromě vstupních dat má optimalizační přístup 6 skupin proměnných, z nichž proměnné ve třech skupinách jsou nezáporné a v dalších třech skupinách jsou bivalentní. Proměnné modelují výpočtem navrhované časy přistání, z nich vyplývající odchylky od plánovaného času přistání podle FPL a rozhodnutí o pořadí přistání v rámci dvojic letadel, rozhodnutí o přistání letadel na stejné RWY a rozhodnutí o přidělení přistávajícího letadla RWY.

Optimalizačním kritériem je celková výše penále, která vznikají při odchylných navržených časech přistání od plánovaných časů přistání stanovených podle FPL. Tedy jakákoliv odchylka od času přistání podle FPL je penalizována.

Pro tento optimalizační přístup je velkou výhodou, že v lineárním modelu se vyskytuje jedno optimalizační kritérium, tzn., že je exaktně řešitelný (s garancí nalezení globálního optima při akceptovatelné instanci úlohy, tj. při menších počtech letadel). Nevýhodou optimalizačního přístupu č. 1 je, že při větších instancích úlohy může výpočet trvat neúměrně dlouho, tzn., že globální optimum může být dosaženo až po uplynutí doby, která je v praxi pro získání doporučení k dispozici.

5.2 Optimalizační přístup č. 2

Optimalizační přístup č. 1 má na vstupu množinu přistávajících letadel a množinu RWY. Kromě plánovaných časů přistání podle FPL má definovány také nejdříve možné časy přistání a nejpozději možné časy přistání, penále za každou časovou jednotku, o kterou letadlo přistane dříve nebo později a hodnoty minimálních časových rozstupů mezi přistávajícími letadly.

Kromě vstupních dat má optimalizační přístup 4 skupiny proměnných, z nichž proměnné ve třech skupinách jsou nezáporné a pouze jednu skupinu tvoří bivalentní proměnné. Proměnné modelují výpočtem navrhované časy přistání, z nich vyplývající odchylky od plánovaného času přistání podle FPL a rozhodnutí o výběru možného pořadí přistávajících letadel.

Optimalizační výpočet probíhá s využitím dvou modelů označovaných jako SEQ a SP.

Výhodou optimalizačního přístupu č. 2 je to, že v porovnání s optimalizačním přístupem č. 1 neobsahuje tak vysoký počet bivalentních proměnných (neobsahuje skupiny bivalentních proměnných modelujících rozhodnutí o pořadí přistání v rámci dvojic letadel, dále rozhodnutí o přistání letadel na stejné RWY a rozhodnutí o přidělení přistávajícího letadla RWY). Doby vlastních výpočtů navržených modelů nebudou tedy tak dlouhé, jako v případě modelu obsaženého v optimalizačním přístupu č. 1.

Základní nevýhodou optimalizačního principu č. 2 však je, že negarantuje nalezení globálního optima, protože optimalizační výpočet probíhá ve dvou od sebe vzájemně izolovaných (byť lineárních) modelech. Navíc je situace při řešení zkomplikována tím, že první z lineárních modelů – model SEQ je nutno řešit opakovaně podle počtu existujících přípustných pořadí. Je také nutno počítat s delší dobou potřebnou k přípravě vstupních dat pro model SP, protože všechna vstupní data pro model SP budou k dispozici až po vyřešení modelů SEQ pro všechna možná pořadí přistávajících letadel.

5.3 Optimalizační přístup č. 3

V optimalizačním přístupu č. 3 jsou dány stejné typy vstupních dat jako u předchozích optimalizačních přístupů. Na rozdíl od nich však nevystupuje množina přistávacích drah. Dá se tedy dovodit, že množina přistávacích drah je jednoprvková. Nebude tedy potřeba proměnných, které modelují například rozhodnutí o přidělení jednotlivých letadel RWY

nebo modelujících situace, zda dvojice letadel přistane na stejné RWY nebo ne. Na druhou stranu je tedy model uplatnitelný pouze v podmínkách letišť s jednou provozovanou RWY.

Nad rámec ostatních optimalizačních přístupů však optimalizační přístup č. 3 umožňuje na vstupu definovat preferenci letadel ve smyslu definování, které letadlo má přistát před přistáním jiného letadla. Tyto preference jsou definovány v precedenční matici, jejíž prvky jsou hodnoty 1 a 0. Definování preferencí však není nutnou podmínkou pro optimalizační výpočet. Když mezi přistávajícími letadly neexistuje žádná preference, potom všechny prvky v precedenční matici jsou nulové a omezující podmínky v modelu obsahující informaci o preferenčním pořadí v této situaci optimalizační výpočet nenarušují.

Klíčový rozdílem u optimalizačního přístupu č. 3 jsou další vstupní data - data o polohách přistávajících letadel získaná již při jejich vstupu do radarového prostoru letištních radarů. Uvedený typ dat v podstatě umožňuje lépe predikovat časy přistání letadel bez ohledu na plánované časy přistání stanovené FPL. Těmito dodatečnými informacemi umožníme řešit pouze provozní situaci v nejbližším vzdušném prostoru v okolí letiště, ale zohlednit delší časový horizont. To je značná výhoda tohoto matematického modelu. Tento plánovaný nebo také predikovaný čas přistání stanoven službou ATC má stanoveny maximální odchylku dopředu a dozadu v čase, které vytvářejí okolo upřesněného času přistání letadla určitou toleranci. Model je pak doplněn podmínkou, která zajišťuje, že letadlo přistane uvnitř tohoto časového slotu. V modelu uvažujeme také s plánovaným časem přistání podle FPL, avšak s tím rozdílem, že je zde stanoven časový slot, který má penalizační charakter. V případě, že letadlo přistane mimo tento časový slot, vznikají penále.

V tomto modelu se vyskytují dvě skupiny proměnných, z nichž jedna skupina je tvořena nezápornými a druhá skupina je tvořena bivalentními proměnnými. Nezáporné proměnné modelují navrhované časy přistání, bivalentní proměnné modelují rozhodnutí o pořadí přistání dvojic letadel.

Model obsahuje tři optimalizační kritéria, která vytvářejí větší variabilitu z pohledu optimalizovaných veličin. Dvě účelové funkce, které minimalizují penále v případě, že dojde k dřívějšímu či pozdějšímu času přistání, jsou nelineární. Aby bylo zajištěno garantování globálního optima, je žádoucí nelinearity odstranit. Původní lineární kritérium umožňuje maximálně uspíšit vypočítané časy přistání. Větší variabilita optimalizačních kritérií umožňuje zohlednit požadavky více subjektů zúčastněných na letovém provozu – ať již dopravců nebo subjektů poskytujících služby ATC.

Při větším počtu optimalizačních kritérií je však optimalizačních komplikován, zvyšuje doba výpočtu, při nemožnosti definovat mezi kritérii jednoznačné pořadí jejich významu pro řešitele může být ztracena možnost nalezení globálního optima a bude nalezeno pouze tzv. kompromisní řešení. Nalezení kompromisního řešení však často vyžaduje interakci mezi zadavatelem a řešitelem, což může použití takového přístupu z hlediska snížené operativnosti diskvalifikovat.

5.4 Shrnutí analyzovaných optimalizačních přístupů

Všechny tři uvedené přístupy je možno zařadit k přístupům statickým, tzn., že pracují se známou množinou letadel. Přestože se tento požadavek jeví z hlediska aplikačního potenciálu omezující, mohou mít i statické optimalizační přístupy v reálné praxi své opodstatnění. Jisté dynamiky statických přístupů lze totiž dosáhnout opakovaným řešením optimalizačních modelů v okamžicích aktuálních změn množiny letadel (při vstupu dalších letadel do TMA nebo postupném přistávání těchto letadel). Podmínkou pro akceptaci tohoto částečně dynamického přístupu je, aby doba opakování optimalizačních výpočtů nebyla příliš dlouhá (např. aby nepřekročila časové intervaly, které uplynou mezi změnami ve složení aktualizované množiny přistávajících letadel).

Základním typem údaje, používaný ve všech porovnávaných přístupech jsou plánované časy přistání uvedené v FPL jednotlivých letadel, jejichž časy přistání jsou v průběhu optimalizačního výpočtu navrhovány. Plánované časy přistání uvedené v FPL jsou podávány příslušným leteckým dopravcem, např. do informačního systému IBS a následně schvalovány organizací EUROCONTROL. Pro každý plánovaný čas přistání letadla je definován také přípustný časový interval, v rámci něhož může letadlo na daném letišti přistát. Tento přípustný časový interval musí respektovat provozní a technická omezení daného letadla. Návrh času přistání mimo tento přípustný interval není možné.

Vyjma druhého dílčího optimalizačního kritéria u optimalizačního přístupu č. 3 jsou vždy na vstupu do optimalizačního výpočtu definovány hodnoty penále za každou časovou jednotku, o kterou dojde k odchýlení od plánovaného času přistání dle FPL nebo od mezí intervalů, v nichž se za odchýlení od plánovaného času přistání dle FPL neplatí, a podle jejichž výsledných hodnot je možno posoudit kvalitu výsledků navržených optimalizačními přístupy.

Dalším nezbytným faktorem uplatňovaným při optimalizačních výpočtech jsou minimální časové rozstupy mezi přistávajícími letadly na stejnou RWY. Požadavkem je,

aby optimalizační modely tyto minimální hodnoty časových rozstupů akceptovaly, což je v případě všech tří optimalizačních přístupů akceptováno.

První dva optimalizační přístupy spolu velice úzce souvisejí. Vznik druhého optimalizačního přístupu byl patrně motivován snahou urychlit dobu výpočtu ve srovnání s prvním přístupem, kde se očekává delší doba výpočtu vzhledem k existenci značného počtu bivalentních proměnných, které obecně řešení lineárních modelů komplikují.

První dva optimalizační přístupy umožňují realizovat optimalizační výpočty v podmínkách více RWY, což u třetího optimalizačního přístupu není možné. Třetí přístup zase nad rámec prvních dvou umožňuje zohlednit při výpočtu aktualizovaná letová data přistávajících letadlech získaná při vstupu přistávajícího letadla do prostoru letištních radarů, což předchází dva přístupy neumožňují. Třetí optimalizační přístup nabízí vyšší variabilitu optimalizačních kritérií, při jejich současném použití se však dají očekávat další komplikace z hlediska výpočetního (nutnost buď preference některých kritérií, nebo nutnost náhrady požadavku na globální optimum požadavkem na lokální optimum nebo kompromisní řešení).

Je tedy možno konstatovat, že každý z uvedených přístupů je tedy něčím specifický, každý má své výhody, ale i nevýhody.

6 Návrh nového optimalizačního přístupu a jeho ověření funkčnosti

Původně měla být tato kapitola věnována problematice posouzení úrovně implementace výše uvedených přístupů v reálném letovém provozu. Protože se však ukázalo, že optimalizační přístupy uvedené v kapitole 2 nejsou pravděpodobně v podmínkách České republiky dosud využívány, bylo přistoupeno k náhradnímu řešení, ve kterém bude vytvořen nový model, využívající výhod optimalizačních přístupů č. 1 a 3. Funkčnost navrženého modelu bude následně otestována a to opět prostřednictvím optimalizačního software Xpress-IVE.

Filozofie řešení byla zvolena následující. Výchozím modelem, který bude rozšířen, bude model, týkající se optimalizačního přístupu č. 1 s tím, že do něj budou zakomponovány tři základní výhody obsažené v optimalizačním přístupu č. 3. Model č. 1 byl jako základ zvolen z toho důvodu, že uvažuje s větším počtem RWY, což je charakteristické pro silně zatížená letiště, kde existuje potenciál pro využívání teoretických poznatků o ALP.

6.1 Návrh kombinovaného matematického modelu

Model pro optimalizační přístup č. 1 doplněn o tři základní parametry, kterými jsou možnosti preference pořadí přistávajících letadel, možnost predikce plánovaného času přiletu podle radarových informací a hodnoty penále, které se uplatňují pouze, když letadlo přistane mimo stanovený nepenalizovaný časový slot.

Formulace problému

Je dána množina letadel P , množina preferencí A a množina přistávacích drah R . Každé letadlo má rovněž technickým a provozním omezením stanovený časově přípustný interval E_i a L_i , v rámci kterého je letadlo povinno přistát. Je dán plánovaný čas přistání T_i podle FPL a také predikovaný čas přistání τ_i na základě radarových dat stanoviště ATC. Je definován nepenalizovaný časový slot s prvky γ_i a δ_i . Jsou stanoveny maximální časové odchylky TS_i od predikovaného času přistání. Zásadní podmínkou je dodržet bezpečný časový rozstup mezi jednotlivým přistáním letadel, proto je v tomto navrženém optimalizačním přístupu zařazen prvek S_{ij} , který reprezentuje minimální časový rozstup mezi přistáním letadla $i \in P$ a přistáním letadla $j \in P$. Jsou dány hodnoty penále g_i a h_i .

Množiny a konstanty vystupující v modelu:

P	množina letadel,
R	množina přistávacích drah,
A	množina preferencí,
E_i	nejdříve možný čas přistání letadla $i \in P$, dle technických a provozních omezení,
L_i	nejpozději přípustný čas přistání letadla $i \in P$,
T_i	požadovaný (očekávaný) čas přistání letadla $i \in P$ dle FPL,
τ_i	předpokládaný čas přistání letadla $i \in P$ vypočítaný pomocí speciálního zařízení po vstupu do radarového dosahu, je obvykle založen dle FCFS sekvence.
γ_i	povolený předstih letadla $i \in P$,
δ_i	povolené zpoždění letadla $i \in P$,
TS_i	časový posun letadla $i \in P$, maximální časová odchylka tohoto letadla od/do τ_i v přistávací sekvenci,
g_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou přistane letadlo $i \in P$ dříve, než je požadovaný čas přistání T_i ,
h_i	penále za každou časovou jednotku, o kterou přistane letadlo $i \in P$ později, než je požadovaný čas přistání T_i ,
a_{ij}	nabývá hodnotu 1 v případě, že letadlo $i \in P$ musí přistát před letadlem $j \in P$, v případě opaku nabývá hodnotu 0.
s_{ij}	minimální časový rozstup mezi letadlem $i \in P$ a letadlem $j \in P$, pokud letadla $i \in P$ a $j \in P$ přistanou na stejné RWY.

Proměnné:

x_i	výpočtem navrhovaný čas přistání letadla $i \in P$,
σ_{ij}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadlo $i \in P$ přistane dříve než letadlo $j \in P$; $j \neq i$ a 0 v opačném případě,
z_{ij}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadla $i \in P$ a $j \in P$, $j \neq i$ přistanou na stejné RWY a 0 v opačném případě,
y_{jr}	bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1, když letadlo $j \in P$ přistane na RWY $r \in R$ a 0 v opačném případě,
G_i	nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku dřívějšího času přistání od času přistání podle FPL
H_i	nezáporná proměnná ohraničující shora odchylku pozdějšího času přistání od času přistání podle FPL

Úkolem tohoto přístupu je navrhnout časy přistání tak, aby se minimalizovala hodnota celkového penále za nedodržení plánovaného času přistání nad rámec slotů. Tedy umístit navrhované časy přistání do nejblíže možných poloh tak, aby byl dodržen časový slot a zároveň nevznikalo zbytečné penále. Navržený matematický model má tvar:

$$\min f(x, \sigma, z, y, G, H) = \sum_{i \in P} (g_i G_i + h_i H_i) \quad (6.1.1)$$

za podmíněk:

$$E_i \leq x_i \leq L_i \quad i \in P \quad (6.1.2)$$

$$\sigma_{ij} + \sigma_{ji} = 1 \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (6.1.3)$$

$$\sum_{r=1}^R y_{ir} = 1 \quad i \in P \quad (6.1.4)$$

$$z_{ij} = z_{ji} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (6.1.5)$$

$$1 + z_{ij} \geq y_{ir} + y_{jr} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (6.1.6)$$

$$x_j \geq x_i + s_{ij} z_{ij} - (L_i + S_{ij} - E_i) \sigma_{ji} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (6.1.7)$$

$$\tau_i - TS_i \leq x_i \leq \tau_i + TS_i \quad i \in P \quad (6.1.8)$$

$$x_i a_{ij} \leq x_j \quad i, j \in P \quad (6.1.9)$$

$$T_i - x_i - \gamma_i \leq G_i \quad i \in P \quad (6.1.10)$$

$$x_i - T_i - \delta_i \leq H_i \quad i \in P \quad (6.1.11)$$

$$\sigma_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (6.1.12)$$

$$\gamma_{ir} \in \{0,1\} \quad i \in P, r \in R \quad (6.1.13)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in P, j \in P; i \neq j \quad (6.1.14)$$

$$x_i \geq 0 \quad i \in P \quad (6.1.15)$$

$$G_i \geq 0 \quad i \in P \quad (6.1.16)$$

$$H_i \geq 0 \quad i \in P \quad (6.1.17)$$

Významy skupin omezujících podmínek v navrženém modelu je shodný s podmínkami uvedenými v optimalizačních přístupech č. 1 a č. 3. V navrženém modelu bylo použito první optimalizační kritérium z optimalizačního přístupu č. 3. Je to z toho důvodu, že při použití tohoto kritéria se platí penále teprve až při předkročení časového slotu určeného pro dané letadlo.

6.2 Ověření validity navrženého optimalizačního modelu v software Xpress-IVE

V této podkapitole jsou uvedena vstupní data navrženého modelu, pomocí kterých byla ověřena funkčnost v optimalizačním software Xpress-IVE.

Je dána množina letadel střední hmotnostní kategorie (A320) a mezi jednotlivým přistáním je potřeba dodržovat časový rozstup 2 min. Je využita možnost preferencí pořadí jednotlivých přistání. V tomto případě je definováno, aby druhé přistávající letadlo přistálo před prvním a páté přistávající letadlo přistálo před čtvrtým přistávajícím letadlem. K dispozici jsou dvě RWY.

6.2.1 Vstupní data výpočetního experimentu pro ověření funkčnosti navrženého modelu

Vstupní data týkající se hodnot plánovaných časů přistání dle FPL, hodnot nejdříve možných a nejpozději možných časů přistání a hodnot penále za každou časovou jednotku, o kterou letadla přistanou dříve nebo později ve srovnání s plánovaným časem přistání podle FPL dřívější a pozdější přistání jsou uvedeny v tabulce 5.

Letadlo i	T_i	E_i	L_i	g_i	h_i	τ_i	TS_i	γ_i	δ_i
1	83	10	120	1	1	82	5	2	2
2	84	10	120	1	1	86	5	2	2
3	85	10	120	1	1	84	5	2	2
4	86	10	120	1	1	95	5	2	2
5	87	10	120	1	1	96	5	2	2

Tabulka 5: Vstupní data pro experiment s navrženým optimalizačním modelem

Všechna letadla jsou stejného typu střední hmotnostní kategorie ve smyslu leteckého předpisu L4444. Minimální časové rozstupy mezi všemi letadly tedy činí 2 s. Dále je požadováno, aby letadlo č. 2 přistálo před letadlem č. 1 a letadlo č. 5 přistálo před letadlem č. 4. Na letišti jsou v provozu dvě RWY.

6.2.2 Text programu pro navržený optimalizační přístup

```

model Navrzeny_pristup
declarations
n=5
let=1..n
r=2
draha=1..r
s:array(let,let)of real
g:array(let)of real
h:array(let)of real
E:array(let)of real
L:array(let)of real
!alfa:array(let)of mpvar
!beta:array(let)of mpvar
T:array(let)of real
TS:array(let)of real
tau:array(let)of real
a:array(let,let)of real
gama:array(let)of real
delta:array(let)of real
G:array(let)of mpvar
H:array(let)of mpvar
x:array(let)of mpvar
sig:array(let,let)of mpvar
z:array(let,let)of mpvar
y:array(let,draha)of mpvar
end-declarations
M:=100000
T::[83,84,85,86,87]
E::[10,10,10,10,10]
L::[120,120,120,120,120]

```

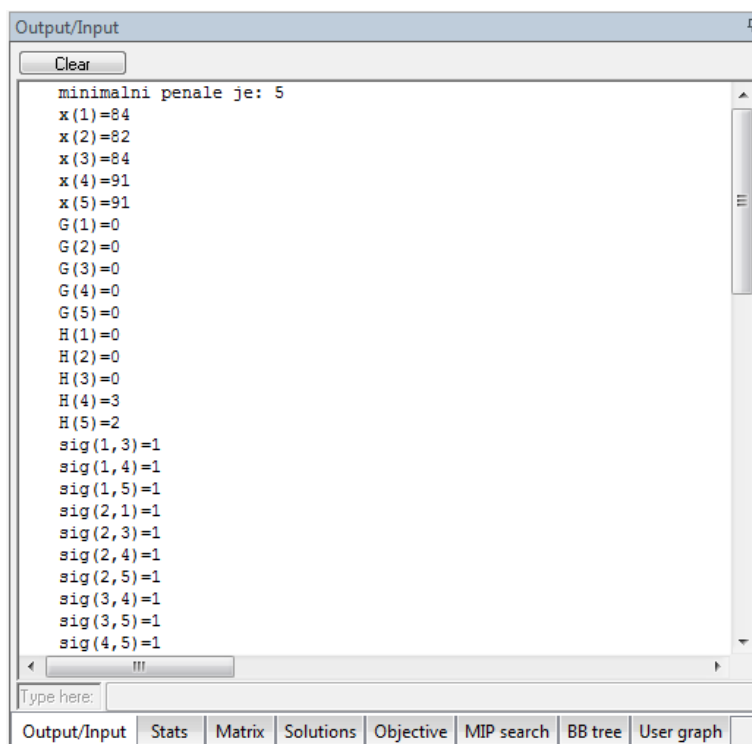


```

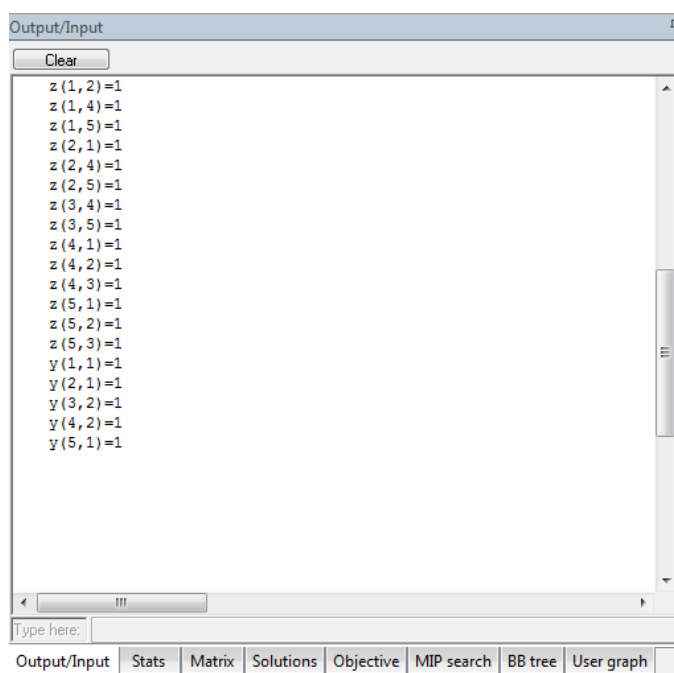
g::[1,1,1,1,1]
h::[1,1,1,1,1]
tau::[82,86,84,95,96]
TS::[5,5,5,5,5]
gama::[2,2,2,2,2]
delta::[2,2,2,2,2]
s::[2,2,2,2,2,
    2,2,2,2,2,
    2,2,2,2,2,
    2,2,2,2,2,
    2,2,2,2,2]
a::[0,0,0,0,0,
    1,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,
    0,0,0,1,0]
forall(i in let)T(i)-x(i)-gama(i)<=G(i)
forall(i in let)x(i)-T(i)-delta(i)<=H(i)
forall(i in let)tau(i)-TS(i)<=x(i)
forall(i in let)tau(i)+TS(i)>=x(i)
forall(i in let,j in let)x(i)*a(i,j)<=x(j)
forall(i in let)E(i)<=x(i)
forall(i in let)L(i)>=x(i)
forall(i in let,j in let|i<>j)sig(i,j)+sig(j,i)=1
forall(i in let)sum(j in draha)y(i,j)=1
forall(i in let,j in let|i<>j)z(i,j)=z(j,i)
forall(i in let,j in let,k in draha|i<>j)1+z(i,j)>=y(i,k)+y(j,k)
forall(i in let,j in let|i<>j)x(j)>=x(i)+(s(i,j)*z(i,j))-(L(i)+s(i,j)-E(j))*sig(j,i)
forall(i in let,j in let)sig(i,j)is_binary
forall(i in let,j in let)z(i,j)is_binary
forall(i in let,j in draha)y(i,j)is_binary
uf:=sum(i in let)(g(i)*G(i)+h(i)*H(i))
minimize(uf)
writeln("minimalni penale je: ",getobjval)
forall(i in let)writeln("x(",i,")=" ,getsol(x(i)))
forall(i in let)writeln("G(",i,")=" ,getsol(G(i)))
forall(i in let)writeln("H(",i,")=" ,getsol(H(i)))
end-model

```

6.2.3 Výpis výsledků výpočetního experimentu s navrženým modelem



Obrázek 34: Výsledky výpočetního experimentu s navrženým modelem (1. část)



Obrázek 35: Výsledky výpočetního experimentu s navrženým modelem (2. část)

Podle zadaných hodnot model naplánoval skutečné časy přistání letadel tak, aby splnil požadavek, že druhé letadlo přistane před prvním přistávajícím letadlem a zároveň páté přistávající letadlo přistane před čtvrtým přistávajícím letadlem. Vznikají zde dvě situace, kdy dvojice letadel budou přistávat ve stejný časový okamžik na různých RWY. V prvním

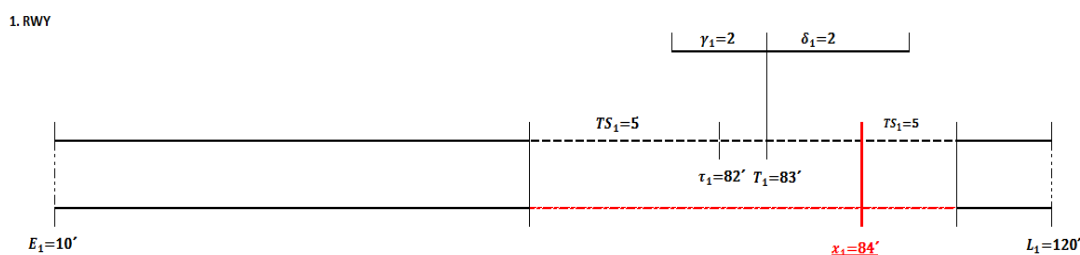
případě přistála ve stejný časový okamžik letadla č. 1 a č. 3 (v čase 84), ve druhém případě přistála ve stejný časový okamžik letadla č. 4 a č. 5 (v čase 91). Z obrázku 34 je také zřejmé, že jsou dodrženy časové rozstupy 2 min.

Podle obrázku 36 je potvrzeno, že řešení je optimální.

Stats			
Matrix:		Presolved:	
Rows(constraints):	117	Rows(constraints):	18
Columns(variables):	65	Columns(variables):	17
Nonzero elements:	314	Nonzero elements:	54
Global entities:	50	Global entities:	9
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
Overall status: Finished global search.			
LP relaxation:		Global search:	
Algorithm:	Simplex primal	Current node:	1
Simplex iterations:	10	Depth:	1
Objective:	5	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	5
Time:	0.1s	Best solution:	5
		Gap:	0%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.1s
Time overheads:			
Progress graphs:	0.0s		
Writing output:	0.0s		
Pausing:	0.0s		
Updating status:	0.0s		
<div> Output/Input Stats Matrix Solutions Objective MIP search BB tree User graph </div>			

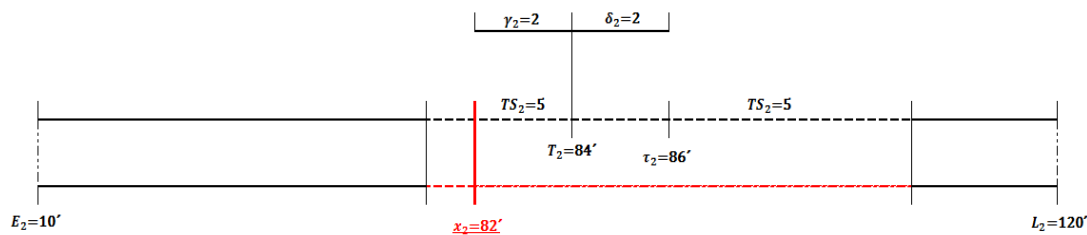
Obrázek 36: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu s navrženým modelem

6.2.4 Grafická interpretace dosažených výsledků navrženého modelu



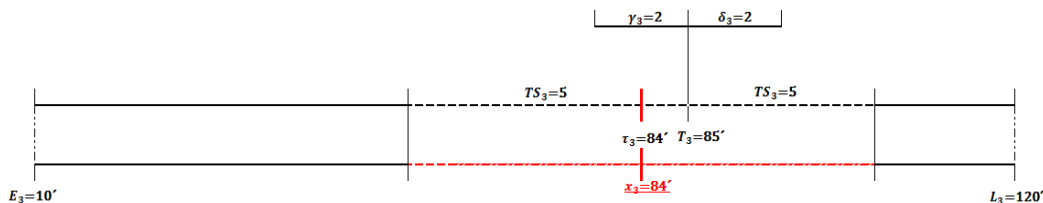
Obrázek 37: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla

1. RWY



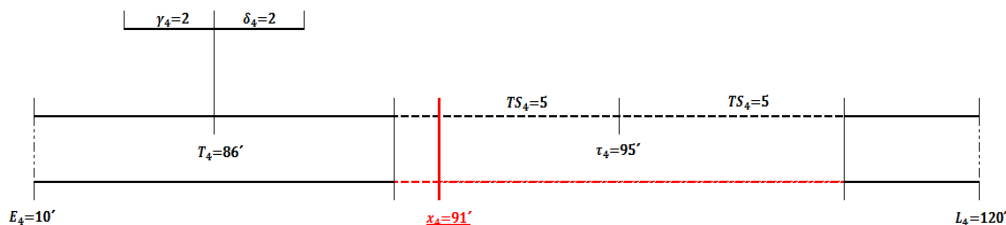
Obrázek 38: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla

2. RWY



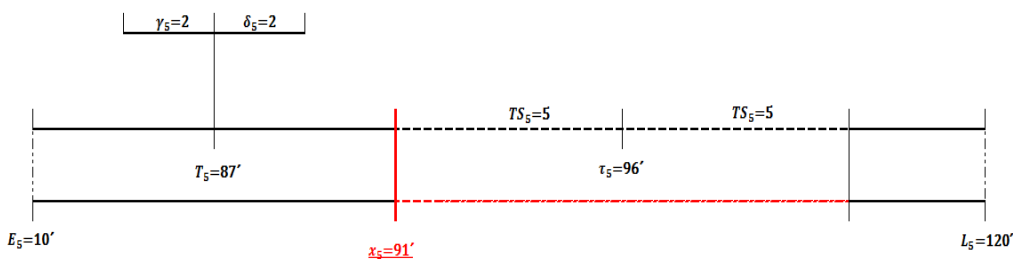
Obrázek 39: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla

2. RWY



Obrázek 40: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla

1. RWY



Obrázek 41: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla

Jak lze z obrázků 37 – 41 vidět, navržený model zohledňuje větší počet RWY, navrhuje časy přistání tak, aby bylo co nejnižší penále a zároveň, aby přistání byla provedena v rámci intervalů stanovených letištním radarem.

7 Zhodnocení dosažených výsledků

7.1 Shrnutí

V předložené práci byly představeny tři optimalizační přístupy k řešení úlohy označované v zahraniční literatuře jako Aircraft Landing Problem. Všechny tři přístupy byly založeny na matematickém programování. První přístup je možno charakterizovat jako exaktní jednokriteriální založený na lineárním programování. Druhý přístup je možno charakterizovat jako heuristický jednokriteriální přístup skládající se ze dvou fází. V obou fázích jsou řešeny lineární modely. Třetí přístup je možno charakterizovat jako přístup se třemi kritérii, z nichž dvě jsou však nelineární. Funkčnost všech tří přístupů byla otestována s využitím optimalizačního software Xpress-IVE. Nelineární kritéria byla za tím účelem linearizována. Přínosy diplomové práce je možno shrnout následovně:

- jedná se pravděpodobně o první pohled na problematiku ALP v české literatuře (což je významné zejména z pohledu toho, že předmětná problematika spadá do zájmu organizace EUROCONTROL),
- v práci jsou uvedeny konkrétní texty programů, které umožňují analyzované modely řešit,
- nelineární optimalizační kritéria použitá v optimalizačním přístupu č. 3 byla linearizována,
- na základě komparace jednotlivých přístupů byl vytvořen nový přístup, který rozšiřuje aplikační potenciál optimalizačního přístupu č. 1 o možnosti pracovat se sloty, radarovými odhady časů přistání, preference přistávajících letadel, odstranění nedostatku týkajícího se kvantifikace penále v účelové funkci při libovolné odchylce od plánovaného času přistání FPL (v reálné praxi při přistání v rámci povoleného slotu penále nevzniká).

7.2 Možná interpretace penále z pohledu reálného provozu

V navrženém lineárním modelu je snahou minimalizovat penále za dřívější či pozdější čas přistání. Pokud tedy dojde k časové odchylce od plánovaného času přistání dle FPL mimo nepenalizovaný časový slot, poté vznikají penále. Doposud však nebylo blíže vysvětleno, jaké veličiny by uvedená penále mohla reprezentovat.

Některá optimalizační kritéria lze interpretovat jednoznačně, jiná však nabízejí více možných interpretací. K jednoznačně interpretovaným kritériím lze přiřadit druhé kritérium využívané u optimalizačního přístupu č. 3, ve kterém je minimalizována hodnota aritmetického průměru časů přistání. Dále je možno jednoznačně interpretovat dále třetí kritérium u optimalizačního přístupu č. 3, ve kterém je minimalizována spotřeba paliva nad rámec vytvořeného FPL, protože dřívější i pozdější časy přistání zpravidla vyvolávají zvýšení spotřeby paliva ve srovnání s letovým plánem vytvořeným zpravidla pro optimální letovou hladinu (dřívější čas přistání může vyvolat zvýšení spotřeby v důsledku letu vyšší rychlostí, pozdější čas přistání může vyvolat zvýšení spotřeby v důsledku nutnosti čekat na přistání nad letištěm).

Obecně je v rámci řízení letového provozu snahou dodržet plánovaný čas přistání, pokud možno s co nejmenšími časovými odchylkami. V případě, že bychom nastavili penále na hodnotu 1, dle podmínek a účelové funkce navrženého kombinovaného lineárního modelu, bychom minimalizovali celkové časové odchylky od plánovaného času přistání.

Více interpretací umožňují optimalizační kritéria, ve kterých jsou časové odchylky násobeny koeficienty, které modelují jednotkové penále za každou časovou započatou časovou jednotku. I v těchto případech je možno za dané koeficienty dosadit hodnoty spotřeby pohonných hmot, dále je možno dosadit finanční ekvivalent spotřeby za každou časovou jednotku.

Kromě toho lze za koeficienty dosadit hodnoty 1. V takovém případě bude hodnotu příslušného optimalizačního kritéria možno interpretovat jako celkovou časovou odchylku navržených časů přistání od časů přistání navržených dle FPL.

Nabízí se však ještě další možná interpretace a to z hlediska potřeb cestujících. V takovém případě je možno za koeficienty dosadit kapacitu daného letadla v počtech cestujících. V tomto případě je možno hodnotu optimalizačního interpretovat jako celkové zpoždění, které vzniká cestujícím, kteří si dané letiště zvolili jako cílové nebo tranzitní letiště. Existuje předpoklad, že na základě optimalizačního výpočtu budou preferovány časy přistání letadel s vyššími kapacitami, protože eventuálním zpožděním nebude dotčen velký počet cestujících. V případě volby tohoto kritéria je možno hodnoty penále za dřívější časy přistání nastavit na nulových hodnotách.

8 Závěr

Diplomová práce se zabývá optimalizačními přístupy určenými k řešení Aircraft Landing Problem, tedy problematiky, v rámci které se rozhoduje o přistávacích časech letadel, ze kterých následně vyplývá jejich pořadí.

První kapitola předložené práce obsahuje definici optimalizační úlohy typu ALP, negativní dopady jejího neřešení a jsou zde naznačeny také souvislosti s jednotlivými účastníky letového provozu. Závěrem kapitoly bylo provedeno shrnutí veškerých negativních dopadů v případě, že Aircraft Landing Problem nebude na silně zatížených letištích řešen.

Druhou kapitolu představují provozní aspekty této úlohy, které je potřeba při řešení ALP dodržovat, a to z důvodu zajištění bezpečnosti, na kterou je v letectví kladen velký důraz.

Další kapitola je věnována existujícím vybraným optimalizačním přístupům, které se zabývají optimalizační úlohou typu ALP. Byly vybrány a následně analyzovány celkem tři optimalizační přístupy. Tyto tři optimalizační přístupy byly z pohledu správné funkčnosti ověřeny v optimalizačním software Xpress-IVE, jejichž výstupy jsou v následující kapitole prezentovány a popsány.

V páté kapitole byly vybrané optimalizační přístupy porovnány z hlediska počtu skupin podmínek, proměnných, typu a počtu optimalizačního kritéria, výhod a nevýhod. Závěrem této kapitoly bylo provedeno shrnutí analyzovaných optimalizačních přístupů.

Na základě komparace uvedené v předchozí kapitole byl v kapitole 6 vytvořen návrh kombinovaného lineárního modelu, který vznikl fúzí optimalizačních přístupů č. 1 a č. 3. Funkčnost navrženého modelu byla ověřena prostřednictvím optimalizačního software Xpress-IVE.

Poslední kapitola je věnována zhodnocení dosažených výsledků.

Navržený kombinovaný model nese s sebou řadu výhod a mohl by mít větší aplikační potenciál. I když se uvedené přístupy na územní ČR patrně nevyžívají, je pouze otázkou času, kdy se tak stane. Například optimalizační přístup č. 3 byl zpracován pro potřeby evropské mezinárodní organizace EUROCONTROL.

Seznam obrázků

Obrázek 1: Dílčí časy sloužící k výpočtu hodnoty ukazatele ROTA [9]	17
Obrázek 2: Grafické znázornění rychloodbočky [10]	19
Obrázek 3: Systém hromadné obsluhy [4]	28
Obrázek 4: Souvislosti mezi hodnotami Ei , Li , Ti , xi , ai a βi	34
Obrázek 5: Souvislosti mezi hodnotami Ei , Li , Ti , xi , τi , TSi , γi , δi	42
Obrázek 6: Grafické zobrazení optimalizačního software Xpress-IVE	49
Obrázek 7: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s jednou RWY (1. část)	53
Obrázek 8: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s jednou RWY (2.část)	53
Obrázek 9: Stavové hlášení o průběhu prvního výpočetního experimentu v optimalizačním přístupu č. 1	54
Obrázek 10: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s dvěma RWY (1. část).....	55
Obrázek 11: Výsledky optimalizačního přístupu č. 1 s dvěma RWY (2. část).....	56
Obrázek 12: Stavové hlášení o průběhu druhého výpočetního experimentu v optimalizačním přístupu č. 1	56
Obrázek 13: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla	57
Obrázek 14: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla	57
Obrázek 15: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla	57
Obrázek 16: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla	58
Obrázek 17: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla	58
Obrázek 18: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla	58
Obrázek 19: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla	58
Obrázek 20:Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla	59
Obrázek 21:Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla	59
Obrázek 22:Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla	59
Obrázek 23: Výsledky optimalizačního kritéria SEQ (pořadí 1)	61
Obrázek 24: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu optimalizačního kritéria SEQ	62
Obrázek 25: Výsledky optimalizačního kritéria SP	64
Obrázek 26: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu optimalizačního kritéria SP	64
Obrázek 27: Výsledky optimalizačního přístupu č. 3	68
Obrázek 28: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu v optimalizačním přístupu č. 3	69

Obrázek 29: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla	69
Obrázek 30: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla	69
Obrázek 31: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla	70
Obrázek 32: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla	70
Obrázek 33: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla	70
Obrázek 34: Výsledky výpočetního experimentu s navrženým modelem (1. část)	82
Obrázek 35: Výsledky výpočetního experimentu s navrženým modelem (2. část)	82
Obrázek 36: Stavové hlášení o průběhu výpočetního experimentu s navrženým modelem	83
Obrázek 37: Grafické znázornění časové polohy přistání 1. letadla	83
Obrázek 38: Grafické znázornění časové polohy přistání 2. letadla	84
Obrázek 39: Grafické znázornění časové polohy přistání 3. letadla	84
Obrázek 40: Grafické znázornění časové polohy přistání 4. letadla	84
Obrázek 41: Grafické znázornění časové polohy přistání 5. letadla	84

Seznam tabulek

Tabulka 1: Vstupní data pro experiment s optimalizačním přístupem č. 1	50
Tabulka 2: Vstupní data pro experiment s optimalizačním přístupem č. 2	60
Tabulka 3: Možné proveditelné sekvence a jim odpovídající penále	62
Tabulka 4: Vstupní data pro experiment s optimalizačním přístupem č. 3	66
Tabulka 5: Vstupní data pro experiment s navrženým optimalizačním modelem	80

Seznam použité literatury

- [1] MESGARPOUR, M., POTTS, Chris N. a BENNELL, Julia A.. *Models for Aircraft Landing Optimization*[online]. [cit. 2017-11-20]. Dostupné z:
https://www.researchgate.net/publication/267236303_Models_for_Aircraft_Landing_Optimization
- [2] WEN, M.. *Algorithms of Scheduling Aircraft Landing Problem* [online]. [cit. 2017-10-02]. Dostupné z:
http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/views/edoc_download.php/4124/pdf/imm4124.pdf.
- [3] *Další ranvej pro Ruzyň? Gatwicku stačí jedna, lidí zvládne trojnásobek* [online]. [cit. 2018-03-15]. Dostupné z: https://ekonomika.idnes.cz/vyplati-se-ruzyni-dalsi-ranvej-dm4-/eko-doprava.aspx?c=A170421_215500_eko-doprava_suj
- [4] Studijní materiály předmětu Kvantitativní metody organizace a řízení I., Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava.
- [5] *Zpožděný let? Radíme co dělat a jak získat kompenzace při zpoždění letu* [online]. [cit. 2018-03-16]. Dostupné z:
<https://www.cestujlevne.com/blog/zpozdeny-let>
- [6] Studijní materiály předmětu Plánování a provedení letu, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava.
- [7] *Aircraft Landing Problem* [online]. [cit. 2018-04-08]. Dostupné z:
https://www.eurocontrol.int/eec/public/standard_page/EEC_News_2008_2_Grants_2.html
- [8] MESGARPOUR, M., POTTS, Chris N. a BENNELL, Julia A.. *Models for Aircraft Landing Optimization* [online]. [cit. 2018-12-08]. Dostupné z:
https://www.eurocontrol.int/eec/gallery/content/public/document/other/other_document/201006_D5Y2_Models_Aircraft.pdf
- [9] PAVLIN, S., ŽUŽIĆ, M. a PAVIČIĆ, S.. *Runway Occupancy Time as Element of Runway Capacity* [online]. [cit. 2018-12-11]. Dostupné z:
<http://www.fpz.unizg.hr/traffic/index.php/PROMTT/article/view/699/553>

- [10] [APPROVED BY THE SECRETARY GENERAL AND PUBLISHED UNDER HIS AUTHORITY]. *Aerodrome design manual. Part 2, Taxiways, aprons, and holding bays*. 4th ed. Montreal, Quebec: International Civil Aviation Organization, 2005. ISBN 9291944734.
- [11] KRAJČOVIČ, M.. *Stavba letišť* [online]. [cit. 2018-05-02]. Dostupné z: http://fast10.vsb.cz/krajcovic/prezencni/stavba_letist/pomucky_k_reseni/pdf/STAVBA_LETIST_DS.pdf
- [12] BLUMSTEIN, A. *The landing Capacity of a Runway*. 1959.
- [13] HU, X. B. a E. D. PAOLO. *Binary-Representation-Based Genetic Algorithm for Aircraft Arrival Sequencing and Scheduling*. 2008.
- [14] HU, X. B. *An Efficient Genetic Algorithm with Uniform Crossover for Air Traffic Control*. 2009.
- [15] STEVENS, G. N. *Approach to Scheduling Aircraft Landing Times Using Genetic Algorithms*. 1995.
- [16] HANSEN, J. V. *Genetic Search Methods in Air Traffic Control*. 2004.
- [17] RANDALL, M. C. *Scheduling Aircraft Landings Using Ant Colony Optimisation*. 2002.
- [18] CAPRI, S. a M. IGNACCOLO. *Genetic Algorithms for Solving the Aircraft-Sequencing Problem*. 2004.
- [19] PINOL, H. a J. E. BEASLEY. *Scatter Search and Bionomic Algorithms for the Aircraft Landing Problem*. 2006.
- [20] BEASLEY, J. E., M. KRISHNAMOORTHY, Y. M. SHARAIHA a D. ABRAMSON. *Scheduling Aircraft Landings - The Static Case*. 2000.
- [21] JANÁČEK, J.. [online]. Heuristické metody. [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: frdsa.utc.sk/~kohani/ODS/ODS_Heur.ppt
- [22] THIAGARAJ, H. B. a SESHIAH, C. V.. *A Queueing Model for Airport Capacity and Delay Analysis* [online]. [cit. 2018-01-18]. Dostupné z: <http://www.m-hikari.com/ams/ams-2014/ams-69-72-2014/thiagarajAMS69-72-2014.pdf>

Seznam příloh

- Příloha č. 1: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro jednoprvkovou množinu obsahující letadlo 2 (elektronická verze)
- Příloha č. 2: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro jednoprvkovou množinu obsahující letadlo 3 (elektronická verze)
- Příloha č. 3: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro dvouprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 1 a letadlo 2 (elektronická verze)
- Příloha č. 4: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro dvouprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 1 a letadlo 3 (elektronická verze)
- Příloha č. 5: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro dvouprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 3 a letadlo 1 (elektronická verze)
- Příloha č. 6: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro dvouprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 2 a letadlo 3 (elektronická verze)
- Příloha č. 7: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro dvouprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 3 a letadlo 2 (elektronická verze)
- Příloha č. 8: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro tříprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 1, letadlo 2 a letadlo 3 (elektronická verze)
- Příloha č. 9: Optimalizační přístup č. 2 – text programu pro tříprvkovou množinu obsahující pořadí přistání letadlo 1, letadlo 3 a letadlo 2 (elektronická verze)
- Příloha č. 10: Optimalizační přístup č. 3 – text programu s 2. optimalizačním kritériem (elektronická verze)
- Příloha č. 11: Optimalizační přístup č. 3 – text programu se 3. optimalizačním kritériem (elektronická verze)